مع

سلسلة رفعة

للرياضيات متعة

أسهل

أجمل

أبسط

ثالث متوسط

تأليف

رفعه ناصر سعد العرجاني
إبتسام حسن عطيه الزهراني
أمل عطيه معيضد المزروعي
أشواق محمد أحمد الغامدي
صالحة عبد الله عسيري

مراجعة

بتول سالم موسى فاضل
مطلق زائد الحارثي

الفصل الدراسي الثاني

نسخة إلكترونية مجانية لا تباع

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية

أ/ رفعه العرجاني أ/ أمل المزروعي أ/ابتسام الزهراني
مع سلسلة رفعة الرياضيات (للرياضيات متعة)
للصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني
رقم الإيداع ١٤٤٢/٦٥٧١ تاريخه ١٤٤٢/٨/١
رقم الردمك ١ -٩٩٤٧-٠٣-٦٠٣-٩٧٨

الرياضيات البسيطة
(الصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني)
أ/ أشواق محمد المانع الغامدي
رقم الإيداع ١٤٤٢/٦٥٧٢ تاريخه ١ /٨/ ١٤٤٢
رقم الردمك ٤-٧٥٠٠-٠٣-٦٠٣-٩٧٨

شاهد وحل
أ/صالحه عبد الله عسيري
(الصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني)

رقم الإيداع ١٤٤٢/٤١٧٩ تاريخه ١ /٦/ ١٤٤٢
رقم الردمك ٩-٦٤٤٥-٠٣-٦٠٣-٩٧٨

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمدلله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

نبذة تعريفية لمجموعة رفعة

هي مجموعة تُدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة

وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات ، وابتكار الأفكار الإبداعية

للتعليم العام ، والانتاج الموثق لكل مايخص الرياضيات والتعليم العام

وبهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات تقدم مجموعة رفعة بين أيديكم

هذا العمل ضمن (سلسلة كتب رفعة) وتتميز هذه الكتب بمايلي :

- عرض المحتوى بصورة جذابة ومشوقه
- عروض بصرية (باركود) في كل درس
- اختبار قصير بعد كل درس (اختبر نفسك)
- ملحق للاجابات ل(اختبر نفسك) للتأكد من صحة الحل

و نطمح من خلاله إلى توصيل المفاهيم الرياضية وموضوعات المنهج بصورة سلسة وواضحة

وذلك لإفادة أبنائنا الطلاب وبناتنا الطالبات وتوفيراً لجهود مُعلمينا ومُعلماتنا الأفاضل

والله ولي التوفيق

رياضيات ثالث متوسط

الفصل السادس كثيرات الحدود

(٦-١) ضرب وحيدات الحد ٧
(٦-٢) قسمة وحدات الحد ٩
(٦-٣) كثيرات الحدود ١١
(٦-٤) جمع كثيرات الحدود وطرحها ١٣
(٦-٥) ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود ١٥
(٦-٥) ضرب كثيرات الحدود ١٧
(٦-٥) حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود ١٩

الفصل السابع التحليل المعادلات التربيعية

(٧-١) تحليل وحيدات الحد ٢٢
(٧-٢) استعمال خاصية التوزيع ٢٤
(٧-٣) المعادلات التربيعية س^{٢} + ب س + جـ=٠ ..... ٢٦
(٧-٤) المعادلات التربيعية أس^{٢} + ب س + جـ=٠ ..... ٢٨
(٧-٥) المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين ٣٠
(٧-٦) المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة ٣٢

الفصل الثامن الدوال التربيعية

(٨-١) تتمثيل الدوال التربيعية بيانياً ٣٨
(٨-٢) حل المعادلات التربيعية بيانياً ٤٠
(٨-٣) حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع ٤٢
(٨-٤) حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام ٤٤

رياضيات ثالث متوسط

الفصل التاسع المعادلات الجذرية والمثلثات

(٩-١) تبسيط العبارات الجذرية ٤٧
(٩-٢) العمليات على العبارات الجذرية ٤٩
(٩-٣) المعادلات الجذرية ٥١
(٩-٤) نظرية فيثاغورس ٥٣
(٩-٥) المسافة بين نقطتين ٥٥
(٩-٦) المثلثات المتشابهة ٥٧
(٩-٧) النسب المثلثية ٥٩

الفصل العاشر الاحصاء والاحتمالات

(١٠-١) تصميم دراسة مسحية..... ٦٢
(١٠-٢) تحليل نتائج الدراسة المسحية ٦٤
(١٠-٣) إحصائيات العينة معالم المجتمع..... ٦٦
(١٠-٤) التباديل والتوافيق ٦٨
(١٠-٥) احتمالات الحوادث المركبة..... ٧٠

الفصل السادس: كثيرات الحدود

عنوان الدرس	العرض البصري	الفيديو	الدرس	اختبر نفسك
ضرب وحيدات الحد			الدرس	اختبر نفسك
قسمة وحيدات الحد			الدرس	اختبر نفسك
كثيرات الحدود			الدرس	اختبر نفسك
جمع كثيرات الحدود وطرحها			الدرس	اختبر نفسك
ضرب وحيدة الحد في كثيرة حدود			الدرس	اختبر نفسك
ضرب كثيرات الحدود			الدرس	اختبر نفسك
حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود			الدرس	اختبر نفسك

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

٦-١ ضرب وحيدة الحد

تذكر:
إجراء العمليات على العبارات الأسية.

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أضرب وحيدات الحد
- ☑ أبسط عبارات تتضمن وحيدات الحد .

وحيدات الحد : هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأُسس صحيحة غير سالبه .

أمثلة
- ٢٣ : وحيدة حد لإنها عدد.
- ٥س : وحيدة حد لإنها حاصل ضرب عدد في متغير.
- $\frac{٢س}{ص}$ ليست وحيدة حد لإنها تتضمن متغير في المقام .
- ٢س + ٤ : ليست وحيدة حد لإنها تتضمن عمليه الجمع لذا فهي مكونه من اكثر من حد

العمليات على وحدات الحد

ضرب القوى
لضرب قوتين لهما الاساس نفسه اجمع أُسيهما.

مثال

$(٢س^{٥})(٧س^{٣})$

$= (٢ \times ٧)(س^{٥+٣})$

$= ١٤س^{٨}$

قوة القوة
لإيجاد قوة القوة نضرب الاسس.

مثال

$(ع^{٢})^{٧} = ع^{١٤}$

$[(ب^{٢})^{٣}]^{٢} = ب^{١٢}$

قوة حاصل الضرب
لإيجاد قوة حاصل الضرب اجد قوة كل عامل.

مثال

$(٣س^{٥}ص)^{٣}$

$= (٣)^{٣}(س^{٥})^{٣}(ص)^{٣}$

$= ٢٧س^{١٥}ص^{٣}$

تبسيط العبارات التي تتضمن وحيدات حد

تبسيط عبارة تتضمن وحيدات حد يعني أن
١) يظهر كل متغير على صورة اساس مرة واحدة .
٢) لاتتضمن العبارة قوة قوة.
٣) تكون جميع الكسور في ابسط صورة .

مثال

$(-٢جـ^{٣}هـ)(-٣جـ ل^{٤})^{٢}(جـ هـ ل)^{٢}$

$= -٢جـ^{٣}هـ(-٣)^{٢}(جـ)^{٢}(ل^{٤})^{٢}(جـ)^{٢}(هـ)^{٢}(ل)^{٢}$

$= -٢(٩)جـ^{٣}جـ^{٢}جـ^{٢}هـ^{٢}هـ ل^{٢}ل^{٨}$

$= -١٨جـ^{٧}هـ^{٣}ل^{١٠}$

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي مما يلي لا يعتبر وحيدة حد :			
أ) $\frac{\text{س ص ع}^{٢}}{٢}$	ب) $\frac{\text{م ف}^{-٢}}{\text{ن}}$	ج) ٢٣أب جـ د^{٢}	د) ٣س^{٢} ص^{٣} ك^{٦}
٢- تبسيط العبارة (٦ن^{٣}) (٢ن^{٧}) =			
أ) ١٢ ن^{١٠}	ب) ٨ ن^{١٠}	ج) ٨ ن^{٤}	د) ١٢ ن^{٢١}

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- إذا كان طول مستطيل ٢٥ س^{٣} , وعرضه ٥ س^{٢} فإن مساحته تساوي .....

٢- يسمى العدد أو المتغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة .....

٣- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه تضرب الأسس ( )

٢- العبارة س - ٢١ وحيدة حد ( )

٤- بسط كل عبارة مما يأتي:

(٥ م^{٤} ف) (٧ م^{٤} ف^{٣})

(-٢ ف^{٢} ج^{٣} ل^{٢})^{٣}

[(٢^{٣})^{٢}]^{٢}

تذكر:
ضرب وحيدات الحد

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أبسط عبارات تحتوي أسساً سالبة أو صفرية .
- ☑ أجد ناتج قسمة وحيدتي حد.

٦-٢ قسمة وحيدات الحد

قسمة القوى
عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه أطرح أسيهما
(أس البسط - أس المقام)

مثال

$$\frac{١٠س^{٤}}{٢س^{٢}} = (\frac{١٠}{٢})(س^{٤-٢}) = ٥س^{٢}$$

قوى القسمة
لإيجاد قوة القسمة
أوجد كلاً من قوة البسط وقوة المقام

مثال

$$(\frac{٣س^{٤}}{٤})^{٣} = \frac{(٣س^{٤})^{٣}}{(٤)^{٣}} = \frac{(٣)^{٣}(س^{٤})^{٣}}{(٤)^{٣}} = \frac{٢٧س^{١٢}}{٦٤}$$

خاصية الاس الصفري
أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي واحد

مثال

$(٢س)^{٠} = ١$

$(١٢)^{٠} = ١$

خاصية الأسس السالبة
أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة سالبة
يساوي مقلوب هذا العدد

مثال

$$\frac{ف^{-٣}جـ^{٢}}{هـ^{-٤}} = \frac{هـ^{٤}جـ^{٢}}{ف^{٣}}$$

رتبة المقدار

تستعمل رتبة المقدار لمقارنة المقادير وتقدير الحسابات وإجرائها بسرعه وتعبر عن العدد مقرباً الى أقرب قوى العشرة

مثلاً العدد ٩٥٠٠٠٠ مقرباً الى أقرب قوى العشرة هو $١٠^{٦}$ أو ١٠٠٠٠٠٠ لذا فإن رتبة المقدار ٩٥٠٠٠٠ هي $١٠^{٦}$

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة $\frac{م^{٤} ن^{٢}}{م^{٢} ن}$ =			
أ) $\frac{ن^{٢}}{م}$	ب) $\frac{م^{٢}}{ن}$	ج) $م^{٢} ن$	د) $م^{٢} ن^{٣}$
٢- تبسيط العبارة $\frac{ب^{٤} جـ^{٢} د^{٠}}{ب^{٢} جـ}$ =			
أ) $ب^{٢} جـ$	ب) $ب^{٤} جـ^{٢} د$	ج) $ب^{٤} د$	د) $ب^{٤} جـ^{٢} د^{٠}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- تستعمل لمقارنة المقادير و تقدير الحسابات و اجرائها بسرعة و تعبر عن العدد مقربا الى اقرب قوى العشرة .....

٣ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه تطرح الأسس ( )

٢ - تبسيط العبارة $(٣ س^{٢} ص)^{٠}$ = $٣ س^{٢} ص$ ( )

٤- بسط كل عبارة مما يأتي مفترضا أن المقام لا يساوي صفرا :

$\frac{ر^{٤} ن^{٧} ف^{٢}}{ن^{٧} ف^{٢}}$

$\frac{ر^{٣} ن^{-١} س^{-٥}}{ن س^{٥}}$

$\left(\frac{٤ س^{٣}}{٣ ص^{٤}} \right)^{٣}$

ماذا سأتعلم ؟!

- أجد درجة كثيرة الحدود
- أكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية .

٦ـ٣ كثيرات الحدود

تذكر:
تمييز وحدات الحد وخصائصها

كثيرة الحدود: هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد ،وتسمى كل وحيدة حد منها حداً في كثيرة الحدود

وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماءً خاصة منها

وحيدة الحد
هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر
مثل : ٥س

ثنائية الحدود
هي عبارة عن مجموع وحيدتي حد في ابسط شكل
مثل: س + ٣

ثلاثية الحدود
هي عبارة عن مجموع ثلاث وحيدات حد في ابسط شكل
مثل : ٢س^{٢} +س+ ٨

درجة كثيرة الحدود

إذا كانت وحيدة حد
درجتها هي مجموع اسس كل متغيراتها

مثال : ٢ س ^{٣} ص
من الدرجة الرابعه لان مجموع الأُسس (٣ +١) =٤

اذا كانت كثيرة حدود
نوجد درجة كل حد من كثيرة الحدود وأعلى درجة منها هي درجة كثيرة الحدود مع العلم ان درجة الثابت تساوي صفر

مثال : ٥ع + ٣ ع^{٢} س + ٢
الحد الأول: ٥ع من الدرجة الاولى
الحد الثاني : ٣ ع^{٢} س من الدرجة الثالثة
الحد الثالث : ٢ (حد ثابت) درجته صفر
أعلى درجة منها الثالثة
إذن كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة

كثيرات الحدود بالصورة القياسية

الصيغة القياسية لكثرة الحدود
كتابة الحدود بالترتيب التنازلي حسب درجتها

المعامل الرئيس
معامل أول حد لكثيرة الحدود بعد كتابتها بالصيغة القياسية

مثال : أكتب كثيرة الحدود ٥س^{٢} + ٤س^{٣} ع+٨س +١٢
بالصيغة القياسية وحدِّد المعامل الرئيس
الحل: الخطوة الاولى : احدد درجة كل حد

٢	٤	١	٠
٥س^{٢}	+ ٤س^{٣} ع	+٨س	+١٢

الخطوة الثانية : أكتب الحدود بالترتيب التنازلي لدرجاتها
٤س^{٣} ع + ٥س^{٢} +٨ س +١٢
فيكون المعامل الرئيس هو ٤

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - تصنف كثيرة الحدود ٢ س^{٢} - ٤ س - ٦ على أنها :			
أ) وحيدة حد	ب) ثنائية حد	ج) ثلاثية حدود	د) غير ذلك
٢- درجة وحيدة الحد ٢ د^{٥} ب^{٣} هي :			
أ) الثالثة	ب) الخامسة	ج) الثامنة	د) الثانية

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - درجة كثيرة الحدود ٤ س^{٥} + ٥ س - ٣ من الدرجة الثالثة ( )

٣- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

كثيرة الحدود	مجموع أسس كل متغيراتها
درجة وحيدة الحد	أكبر درجة لأي حد من حدودها
درجة كثيرة الحدود	هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد

٤- اكتب كثيرة الحدود فيما يأتي بالصورة القياسية , وحدد المعامل الرئيس فيها :

- س^{٢} + ٣ + ٣ س^{٣} + ٣ س

موقع منهجي
mnhaji.com

ماذا سأتعلم ؟!

- ☑ أجمع كثيرات حدود
- ☑ أطرح كثيرات حدود

تذكر:

كتابة كثيرات الحدود بالصورة القياسية .

٦ـ٤ جمع كثيرات الحدود

جمع كثيرات الحدود

يتم جمع كثيرات الحدود بجمع الحدود المتشابهه

مثال: $(٣س^{٢} + ٥س + ٧) + (٤س^{٢} + ٦س + ١)$

$[٣س^{٢} + ٤س^{٢}] + [٥س + ٦س] + [٧ + ١]$ بجمع الحدود المتشابهه

$= ٧س^{٢} + ١١س + ٨$

طرح كثيرات الحدود

يمكن طرح كثيرة الحدود بإضافة نظيرها الجمعي

مثال : $(٤ص^{٢} + ٦ص + ٩) - (٢ص^{٢} + ٣ص + ٢)$

$= (٤ص^{٢} + ٦ص + ٩) + (-٢ص^{٢} - ٣ص - ٢)$ بإضافة النظير الجمعي

$= [٤ص^{٢} - ٢ص^{٢}] + [٦ص - ٣ص] + [٩ - ٢]$ بجمع الحدود المتشابهه

$= ٢ص^{٢} + ٣ص + ٧$

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - ناتج (٢ص - ٥) - (٣ص + ١) =			
أ) ٥ ص + ٦	ب) ص - ٤	ج) - ص - ٦	د) - ص - ٤

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة ( )

٣ - أوجد ناتج مايلي :

(س^{٢} ص - ٣ س^{٢} + ص) + (٣ ص - ٢ س^{٢}ص)

(٨ ص - ١٠ + ٥ ص^{٢}) - (٧ - ص^{٢} + ١٢ ص)

٤ - اكتشف الخطأ : يجد كل من ثامر و سلطان ناتج : (٢ س^{٢} - س) - (٣ س + ٣ س^{٢} - ٢) . فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

ثامر

(٢ س^{٢} - س) - (٣ س + ٣ س^{٢} - ٢)
= (٢ س^{٢} - س) + (- ٣ س + ٣ س^{٢} - ٢)
= ٥ س^{٢} - ٤ س - ٢

سلطان

(٢ س^{٢} - س) - (٣ س + ٣ س^{٢} - ٢)
= (٢ س^{٢} - س) + (- ٣ س - ٣ س^{٢} - ٢)
= - س^{٢} - ٤ س - ٢

.....

موقع منهجي
mnhaji.com

تذكر:
ضرب وحيدات الحد.

٦-٥ ضرب وحيدة الحد في كثيرة حدود

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أضرب وحيدة حد في كثيرة حدود
- ☑ أحل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيدات حد في كثيرات حدود

ضرب وحيدة حد في كثيره حدود

لإيجاد حاصل ضرب كثيرة حدود في وحيدة حد نستعمل خاصية التوزيع

مثال : ٢س (٥س +٧)

=٢س(٥س) + ٢س(٧) خاصية التوزيع

=١٠س^{٢} +١٤س بالضرب

تبسيط العبارات التي تتضمن ضرب كثيرات الحدود

مثال : ٤د (٥د + ٣) ـ ٢(٢د^{٢} +٩)

=٤د(٥د) + ٤د (٣) ـ٢(٢د^{٢})ـ٢(٩) خاصية التوزيع

=٢٠د^{٢} + ١٢د ـ٤د^{٢} ـ ١٨ بالضرب

=(٢٠د^{٢} ـ٤د^{٢}) + ١٢د ـ١٨ خاصية التجميع

=١٦د^{٢} +١٢د ـ١٨ بتجميع الحدود المتشابهه

معادلات تتضمن كثيرات حدود في طرفيها

نستطيع حل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيدة حد بكثيرة حدود باستعمال خاصية التوزيع

مثال: س(س+٣) ـ س(س ـ٤) = ٩س ـ١٦

س(س) +س(٣) ـ س(س) ـ س(ـ٤) = ٩س ـ١٦. بالتوزيع

س^{٢} +٣س ـ س^{٢} +٤س= ٩س ـ٦ بالضرب

٧س= ٩س ـ٦ بالتجميع

٧س ـ٩س= ـ٦ بإضافة ـ٩س في الطرفين

ـ٢س= ـ٦ س =٣ بالقسمة على ـ٢

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ناتج ٣س^{٢} (٢س^{٢} - س) =			
أ) ٥ س^{٤} - ٣ س^{٣}	ب) ٦س^{٤} - ٣س^{٢}	ج) ٥ س^{٤} - ٣س	د) ٦س^{٤} - ٣س^{٣}
٢-حل المعادلة ٣ (٢ ن - ٦) = - ٤ (ن - ٣) هو :			
أ) ٣	ب) ٤	ج) ٦	د) ٧

٢- أوجد ناتج الضرب :

- ٣ ل^{٤} ر^{٣} (٢ ل^{٢} ر^{٤} - ٦ ل^{٦} ر^{٣} - ٥)

٣- بسط العبارة س (٣ س^{٢} + ٤) + ٢ (٧ س - ٣)

٤- حل المعادلة ن (٢ ن + ٣) - ١٨ = ٢ ن (ن - ٣)

٥ - اشترى أحمد تلفازا جديدا . ارتفاع شاشته يساوي نصف عرضها , بالإضافة إلى ٥ بوصات , و عرضها ٣٠ بوصة . أوجد ارتفاع الشاشة بالبوصات .

موقع منهجي
mnhaji.com

تذكر:
ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

٦_٦ ضرب كثيرات الحدود

ماذا سأتعلم ؟!
- أضرب كثيرات الحدود باستعمال خاصية التوزيع
- أضرب ثنائيتي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب

ضرب ثنائيتي حد

تستعمل خاصية التوزيع لضرب ثنائيتي حد
ويمكن ضرب ثنائيتي حد بإحدى الطريقتين

الطريقة الافقية

مثال: أوجد ناتج الضرب

$(س+٥)(س+٢)$

$=(س)(س)+(س)(٢)+(٥)(س)+(٥)(٢)$

$=س^{٢}+٢س+٥س+١٠$ بالضرب

$س^{٢}+٧س+١٠$ بجمع الحدود المتشابهه

الطريقة الرأسية

مثال : أوجد ناتج الضرب

$(س+٥)(س+٢)$

$$\begin{array}{r} س+٥ \\ \times\ س+٢ \\ \hline س^{٢}+٥س \\ +\ \ ٢س+١٠ \\ \hline س^{٢}+٧س+١٠ \end{array}$$

نلاحظ انه عند ضرب عبارتين خطيتين تكون النتيجة عبارة تربيعية. العبارة التربيعية هي ذات متغير واحد من الدرجة الثانية .ونتيجة ضرب ثلاث عبارات خطية ،هي عبارة من الدرجة الثالثة

طريقة التوزيع بالترتيب

هي ناتج جمع كل من :ضرب الحدين الأولين ،وضرب الحدين في الطرفين، وضرب الحدين الأوسطين ،وضرب الحدين الأخيرين بالترتيب

مثال: $(س+٢)(س+٣)$

ناتج ضرب الحدين الأولين	ناتج ضرب الحدين في الطرفين	ناتج ضرب الحدين الأوسطين	ناتج ضرب الحدين الأخيرين
$=(س)(س)$	$+(س)(٣)$	$+(٢)(س)$	$+(٢)(٣)$
$=س^{٢}$	$+٣س$	$+٢س$	$+٦$

$=س^{٢}+٥س+٦$

يمكن استعمال خاصية التوزيع لإيجاد حاصل ضرب كثيرات حدود تحتوي على اكثر من حدين

مثال: $(ص+٧)(ص^{٢}+٥ص+٤)$ $=ص(ص^{٢}+٥ص+٤)+٧(ص^{٢}+٥ص+٤)$ خاصية التوزيع

$=ص^{٣}+٥ص^{٢}+٤ص+٧ص^{٢}+٣٥ص+٢٨$ بالضرب

$=ص^{٣}+١٢ص^{٢}+٣٩ص+٢٨$ بتجميع الحدود المتشابهه.

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١ - اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ناتج (٢ س + ٣) (س + ٥) =			
أ) ٢ س^{٢} + ٨ س + ١٥	ب) س^{٢} + ٧س + ١٥	ج) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥	د) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ٨

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب في ضرب ثنائتي حد ( )

٢ - العبارة التربيعية هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثالثة ( )

٣- أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

(٤ ص^{٢} - ٣) (٤ص^{٢} + ٧ ص + ٢)

(٤ م - ٣) (م + ٢)

يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل طولها ٨ أمتار , و عرضها ٦ أمتار . أكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة و الممر .

موقع منهجي
mnhaji.com

تذكر:

ضرب ثنائيتي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب

ماذا سأتعلم ؟!

- أجد مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما
- أجد ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

٦_٧ حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

مربع مجموع حدين

مربع مجموع حدين =

مربع الاول + ٢ X الاول X الثاني +مربع الثاني

$(أ+ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب+ب^{٢}$

مثال

$(٢س+٥)^{٢}$

$=(٢س)^{٢}+٢(٢س)(٥)+(٥)^{٢}$

$=٤س^{٢}+٢٠س+٢٥$

مربع الفرق بين حدين

مربع الفرق بين حدين =

مربع الاول – ٢ X الاول X الثاني +مربع الثاني

$(أ-ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب+ب^{٢}$

مثال

$(ب+٣)^{٢}$

$=(ب)^{٢}+٢(ب)(٣)+(٣)^{٢}$

$=ب^{٢}+٦ب+٩$

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

= مربع الحد الاول – مربع الحد الثاني

$(أ+ب)(أ-ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

مثال

$(٣د+٤)(٣د-٤)=(٣د)^{٢}-(٤)^{٢}$

$=٩د^{٢}-١٦$

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - ناتج (٦ص - ٣)^{٢} =			
أ) ٣٦ ص^{٢} + ١٨ ص - ٩	ب) ٣٦ ص^{٢} - ٣٦ ص + ٩	ج) ٣٦ ص^{٢} - ٩	د) ٣٦ص^{٢} - ١٨ ص - ٩
٢- مربع طول ضلعه ص وحدة إذا نقص طول كل ضلع ٩ وحدات فإن العبارة التي تمثل مساحة المربع الجديد هي :			
أ) ص٢ - ٨١	ب) ٢ ص - ١٨	ج) ص٢ - ١٨ ص + ١٨	د) ص ٢ - ١٨ ص + ٨١

٢ - أوجد ناتج مايلي :

(س + ٥)^{٢}

(٥س - ٢ص)^{٢}

(٣س - ٢) (٣ س + ٢)

٣- حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي :

(٢ جـ - د) (٢ جـ - د)	(٢ جـ + د) (٢ جـ - د)	(٢ جـ + د) (٢ جـ + د)	(جـ + د) (جـ + د)

.....

موقع منهجي
mnhaji.com

الفصل السابع: التحليل والمعادلات التربيعية

عنوان الدرس	العرض البصري	الفيديو	الدرس	اختبر نفسك
تحليل وحيدات الحد			الدرس	اختبر نفسك
استعمال خاصية التوزيع			الدرس	اختبر نفسك
المعادلات التربيعية: $س^{٢} + ب ص + جـ = ٠$			الدرس	اختبر نفسك
المعادلات التربيعية: $أس^{٢} + ب ص + جـ = ٠$			الدرس	اختبر نفسك
المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين			الدرس	اختبر نفسك
المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة			الدرس	اختبر نفسك

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

٧_١ تحليل وحيدات الحد

تذكر:
ضرب وحيدات حد
قسمة كثيرات حدود على وحيدة حد

ماذا سأتعلم ؟!
- أحلل وحيدة الحد الى عواملها
- اجد القاسم المشترك الأكبر لوحيدات الحد

الصيغة التحليلة

تكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلة اذا عبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية ومتغيرات بأُس (١)

مثال: ١٠س^{٣}ص^{٢} = ٢ X ٥ X س X س X س X ص X ص

القاسم المشترك الأكبر

القاسم المشترك الأكبر: هو حاصل ضرب العوامل الأولية المشتركة لهذين العددين وهو أكبر عدد يكون عاملًا لهذه الأعداد ويرمز له بالرمز (ق.م.أ)

القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحيدات الحد

مثال : أوجدِ (ق.م.م) لوحيدتي الحد: ٦ س ص^{٣}، ١٨ ص ع

٦ س ص^{٣} = ٢ X ٣ X س X ص X ص X ص X ص احلل كل وحيدة حد تحليلاً تاماً

١٨ص ع = ٢ X ٣ X ٣ X ص X ع أضع دائرة حول العوامل المشتركة

إذن (ق.م.أ) لوحيدتي الحد ٦ س ص^{٣} ، ١٨ ص ع هو ٢ X ٣ X ص = ٦ ص

إيجاد القاسم المشترك الأكبر

مثال : لدى نورة ٢٠ وردة 30 زنبقة لعمل باقات زهور فما أكبر عدد من الباقات المتماثلة يمكن عملها دون ترك أي زهرة؟ وما عدد زهور كل نوع في كل باقة ؟

الحل : أوجد (ق.م.أ) للعددين ٢٠ وَ٣٠

- أكتب تحليل كل عدد إلى عوامله الأولية ٢ X ٢ X ٥ = ٢٠
- احدد العوامل المشتركه ٢ X ٣ X ٥ = ٣٠

أذن (ق . م . أ) للعددين ٢٠ وَ٣٠ هو ٢ X ٥ = ١٠ لذا يمكن لنورة عمل عشر باقات

وبما أن ٢ X ١٠ = ٢٠ ، ٣ X ١٠ = ٣٠ لذا فستحتوي كل باقة على وردتين و٣ زنابق

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ق . م . ا لوحيدتا الحد ٥ ب ، ١٥ أ ب^{٢}			
أ) ٣ ب	ب) ١٥ أ ب	ج) ٥ أ ب	د) ٥ ب
٢- التحليل التام للعبارة ٦ س^{٢} ص هو :			
أ) ٢ × ٣ × س× س× ص	ب) ٦ × س × ص	ج) ٦ × س× س× ص	د) ٢ × ٣ × س × ص

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - القاسم المشترك الأكبر لعددين أو اكثر هو اصغر عدد يكون عاملا لكل من هذه الأعداد ( )

٢ - تكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلية اذا عبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية و متغيرات بأس ١ ( )

٣- حلل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلا تاما :

١٢ س^{٢} ص^{٤}

- ٣٨ ر ب^{٢} ن^{٢}

٥- ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتاهما ١٥ سم^{٢} , ١٦ سم^{٢} , علما بأن بعدي كل منهما عددان كليان .

٤- أوجد (ق . م . أ) لوحيدات الحد الآتية :

٢٤ م د^{٣} , ٤٨ م^{٢} د

موقع منهجي mnhaji.com

٧- ٢ استعمال خاصية التوزيع

تذكر:
إيجاد القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحيدات الحد

ماذا سأتعلم ؟!
- كيفية استخدام خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود
- حل المعادلات التربيعية

استعمال خاصية التوزيع في التحليل

$٢٧ص^{٢} + ١٨ص$

نوجد القاسم المشترك الأكبر لجميع الحدود

الحد الأول = $٣ \times ٣ \times ٣ \times ص \times ص$

الحد الثاني = $٣ \times ٣ \times ٢ \times ص$

القاسم المشترك الأكبر لكليهما = $٣ \times ٣ \times ص = ٩ص$

$٢٧ص^{2} + ١٨ص = ٩ص(٣ص) + ٩ص(٢)$

$= ٩ص(٣ص + ٢)$

التحليل بتجميع الحدود

حلل / $ر و + ٥و - ر - ٥$

$(ر و - ر) + (٥و - ٥)$ نجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

$ر(و - ١) + ٥(و - ١)$ نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ

$(ر + ٥)(و - ١)$ خاصية التوزيع

التحليل بتجميع الحدود (العوامل نظائر جمعية)

حلل / $٢م ك - ١٢م + ٤٢ - ٧ك$

$= (٢م ك - ١٢م) + (٤٢ - ٧ك)$ جمع حدودلها عوامل مشتركة

$= ٢م(ك - ٦) + ٧(٦ - ك)$ نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ

$٦ - ك = -١(ك - ٧)$

$= ٢م(ك - ٦) + ٧[(-١)(ك - ٦)]$

$= ٢م(ك - ٦) - ٧(ك - ٦)$ خاصية التجميع

$= (٢م - ٧)(ك - ٦)$ خاصية التوزيع

خاصية الضرب الصفري

حل المعادلة التالية وتحقق من صحة الحل : $ج = ٣ج^{٢}$

$ج^{٢} - ٣ج = ٠$

$ج(ج - ٣) = ٠$

إما $ج = ٠$ أو $ج - ٣ = ٠$ ⟵ $ج = ٣$

إذاً الجذران هما ٠، ٣

التحقق / $٠^{٢} = ٣(٠) = ٠$

$٣^{٢} = ٣(٣) = ٩$ ✓

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٥ س ص - ١٠ ص هو =			
أ) ٥ ص	ب) ٥ ص (س - ٢)	ج) ص (٥ س - ١٠)	د) (س - ٢)
٢-مجموعة حل المعادلة ٣ س (س - ١) = ٠ هي :			
أ) { ٠ }	ب) { ٠، -١ }	ج) { ١، ٠ }	د) { ١ }

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - إذا كان حاصل ضرب عاملين صفرا . فإن أحد العاملين على الأقل يساوي صفرا ( )

٣- استعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود

١٢ ل ك^{٢} + ٦ ل^{٢} ك + ٢ ل^{٢} ك^{٢}

٤- حلل كثيرة الحدود الآتية :

ن م + ٢ ن + ٨ م + ١٦

٥ - اكتشف الخطأ : يحل كل من حمد و راشد المعادلة ٢ م^{٢} = ٤ م . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

راشد

٢ م^{٢} = ٤ م

٢ م^{٢} - ٤ م = ٠

٢ م (م - ٢) = ٠

٢ م = ٠ أو م - ٢ = ٠

م = ٠ أو م = ٢

حمد

٢ م^{٢} = ٤ م

$\frac{٢م^{٢}}{م^{٢}} = \frac{٤م}{م^{٢}}$

م = ٢

.....

موقع منهجي mnhaj.com

تذكر:
ضرب ثنائيات الحد باستعمال التوزيع

٧- ٣ المعادلات التربيعية

$$س^{٢} + ب\ س + ج = ٠$$

- أحلل ثلاثية الحدود على الصورة المذكورة
- أحل معادلات على الصورة المذكورة

تحليل $س^{٢} + ب\ س + ج$

عندما يكون ب ، ج موجبين

حلل / $ن^{٢} + ١٠ن + ٩$

ب = ١٠ ، ج = ٩ كلاهما موجبين
إذاً نبحث عن عددين حاصل
ضربهما ٩ وحاصل جمعهما ١٠
٩ (١) = ٩ ، ٩+١= ١٠
إذاً العددين ٩ ، ١
(ن + ٩) (ن+١)
وللتحقق نضرب العاملين
لنحصل على العبارة الأصلية

عندما تكون ب سالبه و ج موجبة

حلل / $س^{٢} - ٨س + ١٢$

ب = ـ٨ ، ج = ١٢
إذاً نبحث عن عددين حاصل
ضربهما = ١٢ وحاصل جمعهما = ـ٨
ـ٦ (ـ٢) = ١٢ ، (ـ٦)+(ـ٢)= ـ٨
إذاً العددين ـ٦ ، ـ٢
(س ـ٦) (س ـ٢)
وللتحقق نضرب العاملين
لنحصل على العبارة الأصلية

عندما تكون ج سالبة

حلل / $س^{٢} + ٢س - ١٥$

ب = ٢ ، ج = ـ١٥
إذاً نبحث عن عددين حاصل
ضربهما = ـ١٥ وحاصل جمعهما = ٢
٥ (ـ٣) = ـ١٥ ، (٥)+(ـ٣)=٢
إذاً العددين ٥ ، ـ٣
(س ـ٣) (س + ٥)
وللتحقق نضرب العاملين
لنحصل على العبارة الأصلية

حل المعادلة التربيعية بالتحليل

حلل / $س^{٢} + ٣ س - ١٨$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما = ـ٨ وحاصل جمعهما = ٣
٦ (ـ٣) = ـ١٨ ، (ـ٣)+(٦)=٣
إذاً العددين ـ٣ ، ٦
(س ـ٣) (س + ٦)
وللتحقق نضرب العاملين
لنحصل على العبارة الأصلية

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $س^{٢} + س - ٢٠ =$			
أ) (س + ٤) (س + ٥)	ب) (س + ٤) (س - ٥)	ج) (س - ٤) (س + ٥)	د) (س - ٤) (س - ٥)
٢- إذا كانت مساحة مستطيل طوله (ص + ٢) تساوي $ص^{٢} - ٤$ ص - ١٢ $سم^{٢}$. فإن عرضه يساوي			
أ) (ص - ٦)	ب) (ص + ٦)	ج) (ص - ٢)	د) (ص - ٤)

٢- حلل كثيرة الحدود :

$ن^{٢} + ٤ ن - ٢١$

٣- حل المعادلة الآتية و تحقق من صحة الحل :

$س^{٢} + ١٠ س + ٩ = ٠$

٤- اكتشف الخطأ : حلل كل من ماجد و خليل العبارة : $س^{٢} + ٦ س - ١٦$. فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

ماجد

$س^{٢} + ٦ س - ١٦ = (س + ٢) (س - ٨)$

خليل

$س^{٢} + ٦ س - ١٦ = (س - ٢) (س + ٨)$

.....

موقع منهجي
mnhaji.com

٧- ٤ المعادلات التربيعية

$أ س^{٢} + ب س + ج = ٠$

تذكر:

تحليل ثلاثية حدود على الصورة

$س + ب س + ج = ٠$

ماذا سأتعلم ؟!

- أحلل ثلاثية حدود على الصورة المذكورة
- أحل معادلات على نفس الصورة

تحليل $أ س^{٢} + ب س + ج = ٠$

حلل ثلاثية الحدود التاليه /

$٥ س^{٢} + ١٣ س + ٦$

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح ثلاثية الحدود على الصورة

$س^{٢} + ١٣ س + ٣٠$

الان نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما ١٣

٥ (٦) = ٣٠ ، ٥+١٣≠٦ اختيار خاطئ

١٠(٣) = ٣٠ ، ١٠ + ٣ = ١٣ اختيار صحيح

(س + ١٠) (س+ ٣)

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العدديه فقط على قيمة أ المعطاة اصلا بالسؤال وهي ٥

$\frac{(س + ١٠)}{٥} \quad \frac{(س + ٣)}{١}$

$\frac{٣(٥)س+(٥)}{٥}$

← (س + ٢) (٥س+ ٣)

تحليل $أ س^{٢} - ب س + ج = ٠$

حلل ثلاثية الحدود التاليه /

$٢ و^{٢} - و - ١$

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح ثلاثية الحدود على الصورة

$و^{٢} - و - ٢$

الان نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما ١٣

٢ (-١) = -٢ ، ٢+(-١)≠-١ اختيار خاطئ

-٢(١) = -٢ ، (-٢)+١ = -١ اختيار صحيح

(و - ٢) (و +١)

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العدديه فقط على قيمة أ المعطاة اصلا بالسؤال وهي ٢

$\frac{(و - ٢)}{٢} \quad \frac{(و + ١)}{٢}$

$\frac{(٢)س+(١)١}{٢}$

← (و - ١) (٢و +١)

تحديد كثيرة الحدود الأولية

حلل العبارة $٤ س^{٢} - ٣ س + ٥$ إن أمكن وإن لم يكن ذلك ممكناً فاكتب أولية ؟

الحل / في ثلاثية الحدود نجد أن أ = ٤ ، ب = -٣ ، ج = ٥

وبما أن ب سالبة فإن حاصل جمع العددين المختارين يكون سالباً وبما أن ج موجبة فإن حاصل ضرب العددين المختارين سيكون موجباً لذا سيكون العددان المختارين ساليين وعند تكوين قائمة بعوامل العدد ٢٠

(حاصل ضرب أ في ج) لانجد عاملان مجموعهما -٣ لذلك لايمكن تحليل العبارة التربيعية

إذاً العبارة التربيعية المعطاة هي أولية

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة س^{٢} + ١٢ س + ٣٦ = ٠ هي :			
أ) -٢	ب) ٤	ج) -٦	د) ٦

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - كثيرة الحدود ٦ س^{٢} + ٣٠ س + ٣٦ تُشكل مربع كامل ( )

٣- حدد إذا كانت ثلاثية الحدود فيما يلي تشكل مربعا كاملا أم لا , و إذا كانت كذلك فحللها .

١٦ ص^{٢} - ٥٦ ص + ٤٩

٤ - حل المعادلة (س - ٤)^{٢} = ٦٤ .

٥- أكتشف الخطأ : حلل منصور و فيصل العبارة س^{٨} - س^{٤} . تحليلا تاما , فأيهما إجابته صحيحة ؟

منصور

س^{٨} - س^{٤} = س^{٤} (س^{٢} + ١) (س^{٢} - ١)

فيصل

س^{٨} - س^{٤} = س^{٤} (س^{٢} + ١) (س - ١) (س + ١)

.....

موقع منهجي
mnhaji.com

٧ـ٥ المعادلات التربيعية (الفرق بين مربعين)

تذكر:
تحليل ثلاثية الحدود

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أحلل ثنائية حد إلى فرق بين مربعين
- ☑ أحل معادلات باستخدام الفرق بين مربعين

تحليل الفرق بين مربعين

حلل / ٨١ ـ ج^{٢}

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع
والاشارة بينهما سالبة
٩^{٢} ـ ج^{٢}

إذاً يمكن تطبيق قانون الفرق بين مربعين
نحلل حسب قانون الفرق بين مربعين
(٩ ـ ج) (٩ + ج)

تطبيق التحليل أكثر من مرة

حلل / ب^{٢} ـ ١٦

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع
والاشارة بينهما سالبة
(ب)^{٢} ـ (٤)^{٢}

ونكتبها على الصورة
نحلل الفرق بين مربعين
(ب ـ ٤)^{٢} (ب + ٤)^{٢}
(ب ـ ٢)(ب + ٢)(ب + ٤)

تطبيق طرق مختلفة

حلل / ٥ س^{٥} ـ ٤٥

٥ س (س^{٤} ـ ٩)
نأخذ ٥ س عامل مشترك
ونكتب س^{٤} ـ٩ على صورة أ^{٢} ـ ب^{٢}
= ٥ س [(س^{٢})^{٢} ـ (٣)^{٢}]
= ٥ س (س ـ٣) (س + ٣)
لاحظ أن س^{٢} ـ ٣ ليس فرقاً بين مربعين
لإن ٣ ليس مربعاً كاملاً

حل معادلة بالتحليل

مالقيمة الموجبة ل س اللتي تحقق المعادلة
ص= س^{٢} ـ $\frac{٩}{١٦}$ إذا كانت ص= ٠
نعوض عن ص ب(صفر) ثم نحل المعادلة
س^{٢} ـ $\frac{٩}{١٦}$ = ٠

س^{٢} ـ ($\frac{٣}{٤}$)^{٢} = ٠
(س + $\frac{٣}{٤}$) (س ـ $\frac{٣}{٤}$) = ٠
إما س + $\frac{٣}{٤}$ = ٠ أو س ـ $\frac{٣}{٤}$ = ٠
س = ـ $\frac{٣}{٤}$ ، س = $\frac{٣}{٤}$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - تحليل كثيرة الحدود ٢س^{٢} + ٥ س + ٣ هو :			
أ) (٢س+ ٣) (س + ١)	ب) (٢س- ١) (س + ٣)	ج) (س- ٥) (س- ٣)	د) (٢س- ٣) (س- ٢)
٢- إذا كان أحد جذري المعادلة ٣ س ٢ - ١٠ س + ٨ = ٠ هو ٢ فإن الجذر الآخر هو :			
أ) $\frac{٣}{٤}$	ب) $\frac{٤}{٣}$	ج) ٣	د) ٤

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة تسمى .....

٣- حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي و إذا لم يكن ذلك ممكنا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب أولية :

٢س^{٢} + ٩ س + ٩

٥ ص^{٢} - ٣ ص + ٤

٤ - اكتشف الخطأ : حل كل من زكريا و سامي المعادلة ٦س^{٢} - س = ١٢ . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

زكريا

٦س^{٢} - س = ١٢

٦س^{٢} - س - ١٢ = ٠

(٢ س - ٣) (٣ س + ٤) = ٠

٢ س - ٣ = ٠ أو ٣ س + ٤ = ٠

س = $\frac{٣}{٢}$ أو س = - $\frac{٤}{٣}$

سامي

٦س^{٢} - س = ١٢

س (٦ س - ١) = ١٢

س = ١٢ أو ٦ س - ١ = ١٢

٦ س = ١٣ أو س = $\frac{١٣}{٦}$

.....

٧ـ٥ المعادلات التربيعية (المربعات الكاملة)

تذكر:
(ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما)

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ تحليل ثلاثية حدود على صورة مربع كامل
- ☑ حل معادلات تتضمن مربعات كاملة

تمييز ثلاثية الحدود التي تشكل مربع كامل وتحليلها

حدد ما إذا كانت ثلاثية حدود التالية تشكل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحللها

٤ ص^{٢} +١٢ص + ٩

× هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم، ٤ ص^{٢} = (٢ص)^{٢}
× هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم، ٩ = ٣^{٢}
× هل الحد الأوسط= ٢(٢ص)(٣) ؟ نعم، ١٢ص = ٢(٢ص)(٣)
× بما أنه تحققت الشروط الثلاثه إذاً العبارة تشكل مربع كامل

٤ ص^{٢} +١٢ص + ٩.

= (٢ص)^{٢} + ٢ (٢ص) (٣) + ٣^{٢}.

= (٢ص + ٣)^{٢}

التحليل التام

حلل كلاً من كثيرات الحدود التالية :

٥ س^{٢} ـ ٨٠

نحلل باستخراج ق .م . أ

٥ س^{٢} ـ ٨٠ = ٥(س)(س)ـ ٥(١٦)

ق .م.أ = ٥

٥س^{٢} ـ٨٠ = ٥ (س^{٢} ـ ١٦)

نلاحظ ان عدد الحدود اثنان وتشكل فرق بين مربعين

=٥(س^{٢} ـ ٤)

= ٥ (س ـ٤) (س ـ٤)

حل معادلات تتضمن عوامل مكررة

حلل المعادلة ٩ س^{٢} ـ ٤٨س = ـ٦٤

٩ س^{٢} ـ٤٨ س + ٦٤ = ـ٦٤ +٦٤

٩ س^{٢} ـ٤٨ س + ٦٤ = ٠

يتضح لنا أنها ثلاثية حدود تمثل مربع كامل

(٣ س)^{٢} ـ٢ (٣س)(٨) + (٨) = .

(نأخذ جذر الأول وإشارة الأوسط وجذر الثاني)

(٣ س ـ ٨)^{٢} =٠

(٣ س ـ٨)(٣ س ـ٨) = ٠

استعمال خاصية الجذر التربيعي

حلل المعادلة (ص ـ ٦)^{٢} = ٨١

لحذف التربيع نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\sqrt{(ص-٦)^{٢}} = \pm\sqrt{٨١}$ × الجذر يلغي التربيع

ص ـ ٦ = ± ٩

ص = ٦ ± ٩

ص = ٦+٩ أو ص = ٦ـ٩

ص=١٥ أو ص = ـ٣

الجذران هما ١٥ ، ـ٣

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٤ م^{٢} - ٢٥ =			
أ) (٢م + ٥) (٢ م + ٥)	ب) (٢م + ٥) (٢ م - ٥)	ج) (٢م - ٥) (٢ م - ٥)	د) أولية

٢- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

س^{٢} - ٩ =	(س^{٢} - ٣) (س^{٢} + ٣)
س^{٤} - ٩ =	(٣ - س) (٣ + س)
٩ - س^{٢} =	(س - ٩) (س + ٩)
س^{٢} - ٨١ =	(س - ٣) (س + ٣)

٣- حلل كل كثيرة حدود فيما يلي : ٢م^{٣} + م^{٢} - ٥٠ م - ٢٥

٤ - اكتشف الخطأ : حللت كل من هلا و منى العبارة الآتية فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

هلا	منى
١٦ س^{٤} - ٢٥ ص^{٢}	١٦ س^{٤} - ٢٥ ص^{٢}
(٤س - ٥ ص) (٤ س+ ٥ ص)	(٤س^{٢} - ٥ ص) (٤ س^{٢}+ ٥ ص)

.....

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثنائية الحد وطرق حلها

تحليل ثنائية الحد

القاسم المشترك الأكبر

٥س ص ـ ١٠س

نأخذ

٥س عامل مشترك

٥س(ص ـ ٢)

الفرق بين مربعين

$س^{٢} - ٢٥$

$(س)(س) - (٥)(٥)$

$=(س-٥)(س+٥)$

القاسم المشترك الأكبر + الفرق بين مربعين

$٢ س^{٢} - ٣٢$

$٢(س^{٢}) - ٢(١٦)$

$٢(س^{٢} - ١٦)$

$٢(س^{٢} - ٤^{٢})$

$٢(س-٤)(س+٤)$

تكرار القانون أكثر من مرة

$س^{٤} - ١$

$(س^{٢})^{٢} - (١)(١)$

$(س^{٢}+١)(س^{٢}-١)$

$(س^{٢}+١)(س^{٢}-١)$

$(س^{٢}+١)(س-١)(س+١)$

ملاحظة هامة /

ثنائية الحد ($س^{٢} + ٩$) أولية بينما ثنائية الحد ($س^{٢} - ٩$) ليست أولية لانه يمكن حلها بالفرق بين مربعين

ثنائية الحد ($٢ س^{٢} + ١٨$) ليست أولية لانه يوجد قاسم مشترك ٢($س^{٢}+٩$)

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات
قبل المرحلة الثانوية للأستاذه / رفعه العرجاني

موقع منهجي
mnhaji.com

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثلاثية الحد وطرق حلها

تحليل ثلاثية الحدود

القاسم المشترك الأكبر

٧ س ص + ١٤ س ص^{٢} + ٢١ س^{٢} ص

(٧)(س)(ص)+(٢)(٧)(س)(ص)+(٣)(٧)(س)(ص)

= ٧ س ص (١+٢ص+٣س)

على الصورة س^{٢} + ب س + ج

س^{٢} + ٧ س + ٦

ابحث عن عددين

حاصل ضربهم ٦

وحاصل جمعهم ٧

(١)(٦)=٦

١ +٦ = ٧

= (س +١) (س+٦)

س^{٢} − ٣ س − ٢٨

ابحث عن عددين

حاصل ضربهم −٢٨

وحاصل جمعهم −٣

(−٧)(٤)= −٢٨

−٧ + ٤ = −٣

=(س−٧)(س+٤)

على الصورة أ س^{٢} + ب س + ج

١٠س^{٢}−س −٣

الطريقة الاولى :

نضرب أ في الحد الثابت ليكون معامل س

=١

س^{٢} − س −٣٠

نبحث عن عددين حاصل ضربهم −٣٠

وحاصل جمعهم −١

(−٦)(٥) = −٣٠

−٦+٥=−١

(س−٦) (س+٥)

نعيدها لاصلها بقسمة الثوابت على أ

ثم نبسطها فتصبح على الصورة

(٥س−٣)(٢س+١)

١٥ س^{٢} + ٧ س −٢

الطريقة الثانية : ١٥(−٢) = −٣٠

ابحث عن عددين حاصل ضربهم −٣٠

وحاصل جمعهم ٧

١٠(−٣) = −٣٠

١٠−٣ = ٧

١٥ س^{٢} −٣ س +١٠س −٢

٣س(٥س −١) +٢(٥س −١)

(٣س+٢)(٥س−١)

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات

قبل المرحلة الثانوية للأستاذه / رفعه العرجاني

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل رباعية الحدود وطرق حلها

تحليل رباعية الحدود

تحليل بالتجميع

$٤س^{٢} + ٨س + س + ٢$

$(٢)(٢)(س)(س) + (٢)(٢)(٢)(س) + س + ٢$

$٤س(س+٢) + ١(س+٢)$

$(٤س+١)(س+٢)$

تحليل بجمع النظائر

$١٠س^{٢} - ٥٠س - س + ٥$

الطريقة الأولى

$١٠س^{٢} - ٥٠س - س + ٥$

$(١٠س - ٥٠س) + (-س + ٥)$

$١٠س(س-٥) - ١(س-٥)$

$(١٠س-١)(س-٥)$

الطريقة الثانية

$١٠س^{٢} - ٥٠س - س + ٥$

$١٠س(س-٥) - ١(س-٥)$

$(١٠س-١)(س-٥)$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات
قبل المرحلة الثانوية للأستاذه / رفعه العرجاني

موقع منهجي
mnhaji.com

الفصل الثامن: الدوال التربيعية

عنوان الدرس	العرض البصري	الفيديو	الدرس	اختبر نفسك
تمثيل الدوال التربيعي بيانياً			الدرس	اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية بيانياً			الدرس	اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع			الدرس	اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام			الدرس	اختبر نفسك

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

تذكر:
تمثيل الدوال الخطية بيانياً

٨_١ تمثيل المعادلات التربيعية بيانياً

ماذا سأتعلم ؟!
- أحلل التمثيلات البيانية للدوال التربيعية
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

خصائص الدوال التربيعية

الصورة القياسية : $أس^{٢} + ب س + ج$

الدالة المولدة : $د(س) = س^{٢}$

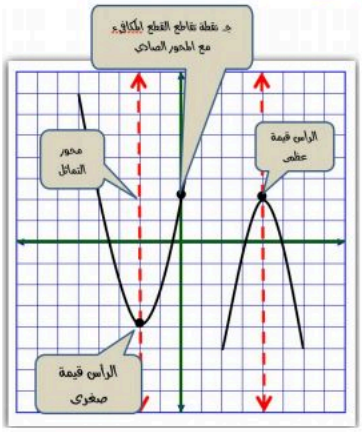
التمثيل البياني : قطع مكافئ

محور التماثل : $س = \frac{-ب}{٢أ}$

المقطع الصادي = ج

المجال هو مجموعة جميع القيم الممكنة للمتغير س

المدى هو مجموعة جميع القيم الممكنة للمتغير ص



تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

خطوات تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الخطوة ١: أوجد معادلة محور التماثل

الخطوة ٢: أوجد الرأس وأحدّد إذا كان يمثل نقطة صغرى أم نقطة عظمى

الخطوة ٣: أوجد المقطع الصادي

الخطوة ٤: استعمل التماثل لإيجاد نقاط أخرى على التمثيل البياني للدالة عند الضرورة.

الخطوة ٥: صِل بين النقاط بمنحنى

القيم العظمى والقيم الصغرى

يكون التمثيل البياني للدالة : $د(س) = أس^{٢} + ب ص + جـ$ ، حيث $أ = ٠$

له قيمة عظمى

عندما $أ < ٠$ (سالبة)

ويكون القطع مفتوحاً الى أسفل والمدى جميع الأعداد الحقيقة التي تقل عن أو تساوي القيمة العظمى

له قيمة صغرى

عندما $أ > ٠$ (موجبة)

ويكون القطع مفتوحاً الى أعلى والمدى جميع الأعداد الحقيقة التي تزيد على أو تساوي القيمة الصغرى

تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال قاعدة دالته

مثال أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي

للدالة $ص = -٣ س^{٢} + ٦ س - ٥$

معادلة محور التماثل $س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٦}{-٣ \times ٢} = ١$

الرأس (س ، ص) $ص = -٣ س^{٢} + ٦ س - ٥$

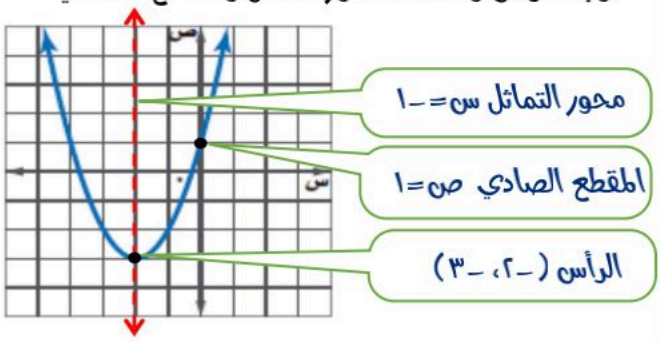
$س = ١$ ◄ $ص = -٣ (١)^{٢} + ٦ (١) - ٥$

$س = ١$ ◄ $ص = -٢$ ◄ الرأس $(١ ، -٢)$

المقطع الصادي : -٥ ، $أ < ٠$ مفتوح للاسفل وله قيمة عظمى

تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال تمثيلة

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي



موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١ - اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - الرأس و معادلة محور التماثل للدالة ص = ٢س^{٢} + ١٢ س + ١٠ هي			
أ) (– ٣ ، – ٨) ، س = – ٣	ب) (٣ ، – ١٢) ، س = ٣	ج) (– ٨ ، ٣) ، س = – ٣	د) (٣ ، ٨) ، س = ٣
٢ - مدى الدالة ص = – ٣س^{٢} + ٦ س + ٣ هو :			
أ) {ص | ص ≥ ٧}	ب) {ص | ص ≤ ٧}	ج) {ص | ص ≥ ٦}	د) {ص | ص ≤ ٦}

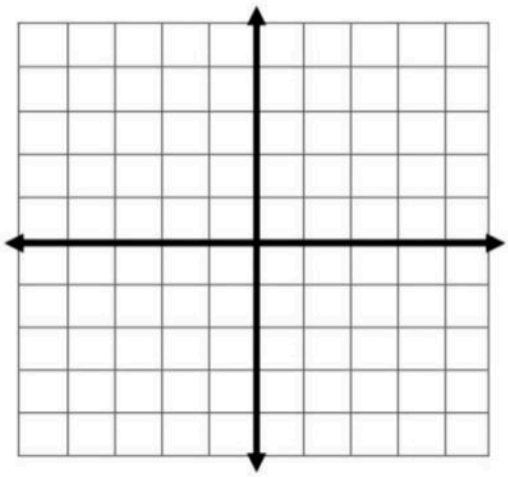
٢- اكمل الفراغات التالية :

١ - التمثيل البياني لدالة تربيعية هو قطع .....

٢ - القيمة العظمى للدالة د(س) = – ٢س^{٢} – ٨ س + ١ تساوي ..... .

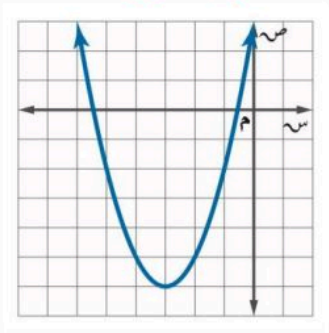
٣- المقطع الصادي للدالة ص = (س – ١)^{٢} + ٥ يساوي .....

٣- مثل الدالة د (س) = س^{٢} – ٤ س + ١ بيانيا .



٤ - مستعينة بالتمثيل المجاور اوجدي

ما هو مطلوب منك :



١- رأس القطع المكافئ .....

٢- معادلة محور التماثل .....

٣- المقطع الصادي .....

تذكر:
حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل

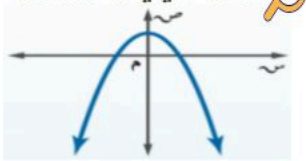
٨_٢ حل المعادلات التربيعية بيانياً

ماذا سأتعلم ؟!
- أحل المعادلات التربيعية بيانياً
- أقدر حلول المعادلات التربيعية من تمثيلها البياني

حلول المعادلات التربيعية

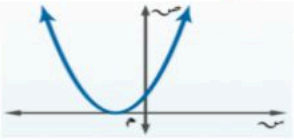
حلول المعادلة أو جذورها يمكن تحديدها بإيجاد المقاطع السينية للتمثيل البياني للدالة المرتبطة

حلان حقيقيان مختلفان



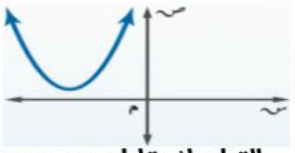
القطع يتقاطع في نقطتين مع محور السينات

حل حقيقي واحد



القطع يتقاطع في نقطة واحدة مع محور السينات

لايوجد حلول حقيقية



القطع لا يتقاطع مع محور السينات

حلان حقيقيان مختلفان

مثال : حل المعادلة س^{٢} − ٢س − ٨ = ٠ بيانياً

عند تمثيل الدالة د(س) = س^{٢} − ٢س − ٨ المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند −٢، −٤ لذا فالحلول هي −٢ ، −٤

حل حقيقي واحد

مثال : حل المعادلة س^{٢} − ٦س + ٩ = ٠ بيانياً

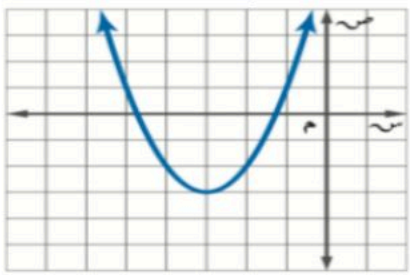
عند تمثيل الدالة د(س) = س^{٢} − ٦س + ٩ المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند ٣ لذا فالحل هو ٣ ويسمى جذر مكرر

تمثل الجذور التي وجدت للمعادلات السابقة أعداد صحيحة ، إلا أن جذور المعادلات التربيعية ليست دائماً كذلك.
ونستعمل في هذه الحالات التقدير لإيجاد قيم تقريبية لجذور المعادلات .

تقدير الجذور التربيعية باستعمال الجدول

مثال : حل المعادلة س^{٢} + ٦س + ٦ = ٠ بيانياً، وإذا لم تكن أعداد صحيحة ، فقدرها إلى أقرب جزء من عشرة

الحل :عند تمثيل الدالة د(س) = س^{٢} + ٦س + ٦ المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني بين −٥، −٤ وبين −٢، −١



أنشئ جدولاً بتدرج طوله ٠,١ لقيم س التي تقع بين −٥، −٤ وبين −٢ ، −١
وتعد قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي التقريب الأفضل للدالة

س	−٤,٩	−٤,٨	−٤,٧	−٤,٦	−٤,٥	−٤,٤	−٤,٣	−٤,٢	−٤,١
ص	٠,٦١	٠,٢٤	−٠,١١	−٠,٤٤	−٠,٧٥	−١,٠٤	−١,٣١	−١,٥٦	−١,٧٩

س	−١,٩	−١,٨	−١,٧	−١,٦	−١,٥	−١,٤	−١,٣	−١,٢	−١,١
ص	−١,٧٩	−١,٥٦	−١,٣١	−١,٠٤	−٠,٧٥	−٠,٤٤	−٠,١١	٠,٢٤	٠,٦١

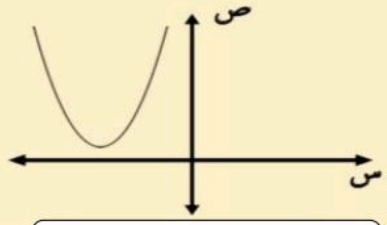
بما أن قيمة الدالة الاقرب الى الصفر هي −٠,١١ ، لذا
الجذور التقريبية هما −٤,٧ ، −١,٣.

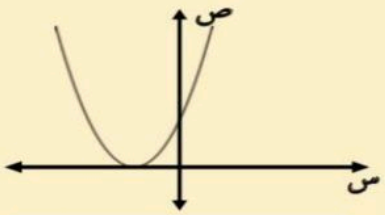
موقع منهجي
mnhaji.com

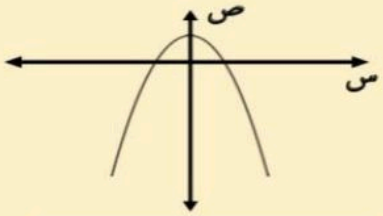
اختبر نفسك

١ - اكمل الفراغات التالية :

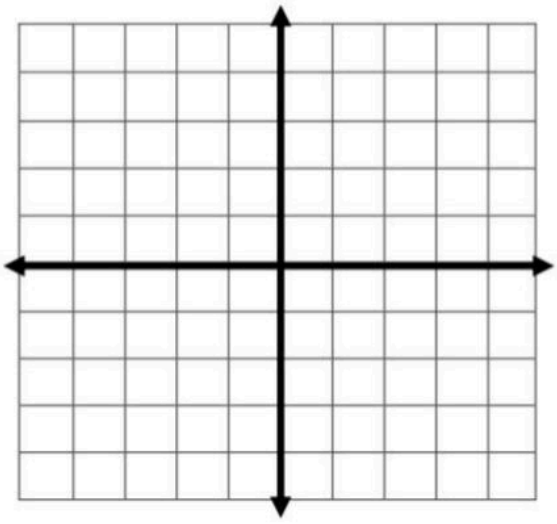
حلول المعادلات التربيعية







٢- حل المعادلة $س^{٢} + ٤ س + ٣ = ٠$ بيانيا :



.....

.....

.....

.....

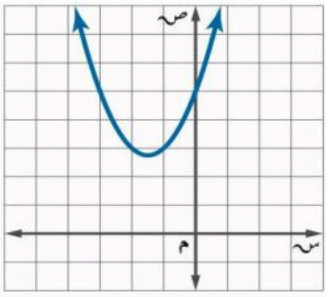
.....

.....

.....

.....

٣ - اكتشف الخطأ : يقوم معاذ و أحمد بإيجاد عدد الأصفار الحقيقية للدالة الممثلة بالشكل المجاور فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .



معاذ	أحمد
ليس لهذه الدالة أصفار حقيقية , لأنه لا يوجد لتمثيلها البياني مقاطع سينية .	لها صفرا حقيقيا واحدا , لأن التمثيل البياني للدالة مقطعا صاديا .

.....

موقع منهجي
mnhaji.com

تذكر:

حل معادلات تربيعية بإكمال المربع

٨_٣ حل معادلات تربيعية بإكمال المربع

ماذا سأتعلم ؟!

- أحل معادلات تربيعية باستعمال القانون العام
- استعمل المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية

إكمال المربع

خطوات إكمال المربع في أي عبارة تربيعية على الصورة $س^{٢} + ب س$

١) أوجد نصف ب (معامل س) ، ٢) ربع الناتج في الخطوة (١)

٣) أضف الناتج من الخطوة (٢) إلى $س^{٢} + ب س$ ، ثم أكتب العبارة على صورة مربع كامل $س^{٢} + ب س + (\frac{ب}{٢})^{٢} = (س + \frac{ب}{٢})^{٢}$

مثال : أوجد قيمة ج التي تجعل ثلاثية الحدود $ف^{٢} + ٨ف + ح$ مربع كاملاً

الحل : ١) اجد نصف العدد ٨. $\frac{٨}{٢} = ٤$

٢) اربع الناتج في الخطوة (١) $٤^{٢} = ١٦$

٣) اضيف ١٦ إلى $ف^{٢} + ٨ف$. $ف^{٢} + ٨ف + ١٦$

إذن ج = ١٦ و $ف^{٢} + ٨ف + ١٦ = (ف + ٤)^{٢}$

حل معادلات بإكمال المربع

لابد أن يكون المعامل الرئيس (معامل $س^{٢}$) يساوي (١) واذا كان المعامل الرئيس لايساوي الواحد ، أقسم كل حد على هذا المعامل ثم افصل الحدين اللذين يحتويان $س^{٢}$ ، س ثم أكمل المربع

مثال : حلّ المعادلة $س^{٢} + ٤س = ٢١$

الحل : $س^{٢} + ٤س + ٤ = ٢١ + ٤$ بما أن $(\frac{٤}{٢})^{٢} = ٤$ ، لذا أضف ٤ للطرفين

$(س + ٢)^{٢} = ٢٥$ حلّل $س^{٢} + ٤س + ٤$

$س = -٢ \pm ٥$ بإخذ الجذر للطرفين ثم أضافة -٢ للطرفين

$س = -٢ + ٥$ $س = -٢ - ٥$ أفصل الحلين

$س = ٣$ $س = -٧$ أبسط

إذن الحلان هما ٣ ، -٧

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة جـ التي تجعل س^{٢} + ٨ س + جـ مربعا كاملا هي :			
أ) ٤	ب) ١٦	ج) ٦٤	د) ٨
٢- حلول المعادلة س^{٢} + ١٢ س = ١٣ هي :			
أ) ٦,٢	ب) ٣ , ٤	ج) - ١٣ , ١	د) ٣ , ١٣

٢- حل المعادلة س^{٢} - ٨ س + ٩ = ٠ بإكمال المربع .

٣- حدد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى . و فسر إجابتك .

ن^{٢} - ٢ ن + ١	ن^{٢} + ٤ن + ٤	ن^{٢} - ٦ن + ٩	ن^{٢} + ن + ١

.....

موقع منهجي
mnhaji.com

تذكر:
حل معادلات تربيعية بإكمال المربع

٨_٤ حل معادلات تربيعية باستعمال القانون العام

ماذا سأتعلم ؟!
- أحل معادلات تربيعية باستعمال القانون العام
- استعمل المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية

القانون العام

هو صيغة تستعمل لحل أي معادلة تربيعية مكتوبة بالصيغة القياسية (أس^{٢} + ب ص + جـ = ٠)

ويعبر عنه بالقانون العام : $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$ حيث أ ≠ ٠

مثال : حل المعادلة $س^{٢} - ٢س = ١٥$ باستعمال القانون العام

الحل : الخطوة (١) : أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية

$س^{٢} - ٢س = ١٥$ ◄ $س^{٢} - ٢س - ١٥ = ٠$

الخطوة (٢): نطبق القانون العام

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-(-٢) \pm \sqrt{(-٢)^{٢} - ٤(١)(-١٥)}}{(١)٢}$$

$$س = \frac{٢ \pm \sqrt{٦٤}}{(١)٢}$$

بفصل الحلان

$$س = \frac{٢ + \sqrt{٦٤}}{(١)٢} \qquad س = \frac{٢ - \sqrt{٦٤}}{(١)٢}$$

$س = ٥$ $س = -٣$

الحلان هما ٥ ، -٣

استعمال المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية

في القانون العام تسمى العبارة التي تحت الجذر (ب^{٢} - ٤أجـ) المميز ويمكن استعمالة لتحديد عدد الحلول الحقيقة للمعادلة التربيعية

إذا كان ناتج المميز موجب
فالمعادلة لها حلين
عدد المقاطع السينية اثنين

إذا كان ناتج المميز صفر
فالمعادلة لها حل واحد
عدد المقاطع السينية واحد

إذا كان ناتج المميز سالب
فالمعادلة ليس لها حل
ولايوجد مقطع سيني

مثال: المعادلة $س^{٢} + ٢س + ٥ = ٠$
المميز ب^{٢} - ٤أجـ = $٢^{٢} - ٤(١)(٥) = -١٦$ (سالب)
إذن عدد الحلول للمعادلة صفر ولايوجد مقاطع سينية

مثال: المعادلة $٩س^{٢} - ٣٠س + ٢٥ = ٠$
المميز ب^{٢} - ٤أجـ = $(-٣٠)^{٢} - ٤(٩)(٢٥) = ٠$ (صفر)
إذن يوجد للمعادلة حل واحد و مقطع سيني واحد فقط

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - قيمة المميز للمعادلة س ^{٢} - ٩ س + ٢١ = ٠ تساوي			
أ) ٩ , ٤	ب) - ٣	ج) ٧٢	د) ١٦٥
٢- عدد الحلول الحقيقية للمعادلة ٣ص ^{٢} - ص - ٨ = ٠ تساوي			
أ) واحد فقط	ب) حلان	ج) عدد لانهائي	د) لا يوجد حل

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - إذا كانت قيمة المميز للمعادلة عدد سالب فإن للمعادلة حل حقيقي واحد ( )

٣- حل المعادلة س ^{٢} + ٦ س - ١٦ = ٠ باستعمال القانون العام

٤ - اوجد قيم المميز للمعادلة ٩ س ^{٢} - ٣٠ س + ٢٥ = ٠ ثم حدد عدد حلولها الحقيقية .

موقع منهجي
mnhaji.com

الفصل التاسع: المعادلات الجذرية المثلثات

عنوان الدرس	العرض البصري	الفيديو	الدرس	اختبر نفسك
تبسيط العبارات الجذرية			الدرس	اختبر نفسك
العمليات على العبارات الجذرية			الدرس	اختبر نفسك
المعادلات الجذرية			الدرس	اختبر نفسك
نظرية فيثاغورس			الدرس	اختبر نفسك
المسافة بين نقطتين			الدرس	اختبر نفسك
المثلثات المتشابهة			الدرس	اختبر نفسك
النسب المثلثية			الدرس	اختبر نفسك

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

تذكر:
إيجاد الجذور التربيعية

٩_١ تبسيط العبارات الجذرية

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ استعمل خاصية ضرب الجذور التربيعية في تبسيط العبارات
- ☑ استعمل خاصية قسمة الجذور التربيعية في تبسيط العبارات الجذرية

تكون العبارة الجذرية في ابسط صورة إذا تحققت في العبارة التي تحت الجذر الشروط التالية:
- لايكون أيٌ من عوامله مربعاً كاملاً عدا الواحد .
- لايتضمن كسوراً .
- لايظهر أي جذر في مقام الكسر .

ويمكن استعمال الخواص الاتية لتبسيط الجذور التربيعية

خاصية ضرب الجذور التربيعية

$\sqrt{أ ب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$

أمثلة: $\sqrt{٥٤} = \sqrt{٥} \times \sqrt{٩}$

$= \sqrt{٥} \times \sqrt{٣^٢}$

$= ٣\sqrt{٥}$

$\sqrt{٥} \times \sqrt{١٥} = \sqrt{٥} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{٣}$

$= ٥\sqrt{٣}$

خاصية قسمة الجذور التربيعية

$\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$

مثال: $\sqrt{\frac{١٠}{٩}} = \frac{\sqrt{١٠}}{\sqrt{٩}} = \frac{\sqrt{١٠}}{\sqrt{٣^٢}}$

$= \frac{\sqrt{١٠}}{٣}$

تبسيط الجذر التربيعي للمتغيرات

عند تبسيط العبارات الجذرية إذا كان ماتحت الجذر التربيعي متغيراً ذا أس زوجي وناتج تبسيطه ذا أس فردي يجب استعمال القيمة المطلقة

مثال: $\sqrt{٢٥ ك^٣ ب^٢} = \sqrt{٥^٢} \times \sqrt{ك^٢} \times \sqrt{ك} \times \sqrt{ب^٢}$

$= ٥ \times |ك| \times \sqrt{ك} \times |اب|$

$= ٥|ك||اب|\sqrt{ك}$

إنطاق المقام (جعل المقام خالياً من الجذور)

عندما يكون المقام من حد واحد يحتوي على جذر نضرب في جذر المقام

مثال: $\frac{٣}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$

عندما يكون المقام من حدين تحتوي على جذر نضرب في المرافق

مثال: $\frac{٣}{\sqrt{٥}+٣} \times \frac{\sqrt{٥}-٣}{\sqrt{٥}-٣} = \frac{٣\sqrt{٥}-٩}{٥-٩}$

$= \frac{٣(\sqrt{٥}-٣)}{(\sqrt{٥})^٢-٣^٢}$

$= \frac{٣\sqrt{٥}-٩}{٤}$

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة الجذرية $\sqrt{٢٤}$ =			
أ) $٢\sqrt{٦}$	ب) $٤\sqrt{٦}$	ج) $٦\sqrt{٢}$	د) ١٢
٢- تبسيط $\sqrt{٨} \times \sqrt{٥}$ =			
أ) $٤\sqrt{١٠}$	ب) $٢\sqrt{١٠}$	ج) $٤\sqrt{٥}$	د) $٥\sqrt{٨}$
٣- تبسيط العبارة $\sqrt{\frac{٤٥}{١٠}}$ =			
أ) $\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$	ب) $\frac{٥\sqrt{٢}}{١٠}$	ج) $\frac{\sqrt{٤٥٠}}{١٠}$	د) $\frac{\sqrt{٥٠}}{١٠}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- $\sqrt{٨٨ م^{٣} ب^{٢} ر^{٥}}$ = ...

٢- مرافق $٦ - \sqrt{٧}$ هو .....

٣- بسط العبارة :

$$\frac{٣}{٣ + \sqrt{٥}}$$

٤- بسط العبارة

$\sqrt{٥٦ س ص^{١٠} ك^{٥}}$

موقع منهجي
mnhaji.com

تذكر:
تبسيط العبارات الجذرية

٩_٢ العمليات على العبارات الجذرية

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أجمع العبارات الجذرية وأطرحها
- ☑ أضرب العبارات الجذرية

جمع العبارات الجذرية وطرحها

يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد

جمع و طرح العبارات الجذرية

اذا كان ماتحت جذورها متشابهه

يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد .

مثال

$$٩\sqrt{٢} + ٧\sqrt{٢} - ٣\sqrt{٢} = (٩ + ٧ - ٣)\sqrt{٢}$$
$$١٣\sqrt{٢}$$

اذا كان ماتحت جذورها غير متشابهه

يجب تبسيط كل حد جذري أولاً ،ثم إجراء العمليات الحسابية المطلوبة.

مثال

$$٤\sqrt{٥} + ٢٠\sqrt{٢} = ٤\sqrt{٥} + ٢(\sqrt{٥} \times \sqrt{٢})$$
$$= ٤\sqrt{٥} + ٢(\sqrt{٥} \times ٢)$$
$$= ٤\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٥} + ٤$$
$$= ٦\sqrt{٥} + ٤$$

ضرب العبارات الجذرية

يشبهه ضرب العبارات الجذرية ضرب وحيدات الحد .

مثال : $٦\sqrt{٣} \times ٢\sqrt{٧} = ٦ \times ٢\sqrt{٣ \times ٧} = ١٢\sqrt{٢١}$

كما يمكن استعمال خاصية التوزيع على العبارات الجذرية

مثال : $٢\sqrt{٥}(٣\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٢}) = (٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥}) + (٢\sqrt{٥} \times ٢\sqrt{٢})$

$$= [(٢ \times ٣)(\sqrt{٥} \times \sqrt{٥})] + [(٢ \times ٢)(\sqrt{٥} \times \sqrt{٢})]$$
$$= [٦\sqrt{٢٥}] + [٤\sqrt{١٠}] = [٦ \times ٥] + [٤\sqrt{١٠}]$$
$$= ٣٠ + [٤\sqrt{١٠}]$$

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

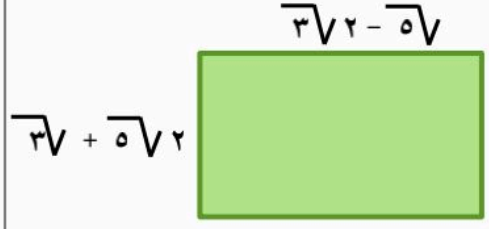
١- $٢\sqrt{٥} \times ٧\sqrt{٤}$ =			
أ) $١٤\sqrt{٢٠}$	ب) $١٤\sqrt{٥}$	ج) $٢٨\sqrt{٥}$	د) $٢٨\sqrt{١٠}$
٢- العبارة الجذرية $٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٢}$ =			
أ) $٤\sqrt{٢}$	ب) $٢\sqrt{٢}$	ج) $٢\sqrt{٦}$	د) $٦\sqrt{٦}$
٣) $٤\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧} - ٦\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧}$ =			
أ) $٢\sqrt{٣} + \sqrt{٧}$	ب) $-٢\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٧}$	ج) $٢\sqrt{٦} + ١٤\sqrt{}$	د) $١٠\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٧}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١) $٤\sqrt{٥٤} + ٢\sqrt{٢٤}$ = ...

٢) $\sqrt{٢٧} + ٢\sqrt{٣} - \sqrt{١٢}$ = ...

٣- أوجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة .



موقع منهجي
mnhaji.com

تذكر:
جمع عبارات جذرية وطرحها وضربها .

٩_٣ المعادلات الجذرية

ماذا سأتعلم ؟!
- أحلّ معادلات جذرية
- أحلّ معادلات جذرية تتضمن حلولاً دخيلة

المعادلات الجذرية : هي المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في احد طرفي المعادلة

خطوات حل هذه المعادلات
أولاً: أجعل المتغير الذي تريد ايجاد قيمتة في طرف من المعادلة
ثانياً : ربّع طرفي المعادلة للتخلص من الجذر

مثال

$\sqrt{س + ٣} - ٢ = ٥$ معادلة جذرية
$\sqrt{س + ٣} = ٧$ بإضافة (٢) للطرفين
$س + ٣ = ٤٩$ بتربيع الطرفين
$س = ٤٩ - ٣$ بإضافة (-٣) للطرفين

ينتج عن تربيع طرفي المعادلة أحياناً حلّ لا يحقق المعادلة الأصلية . وهذه الحلول تسمى حلولاً دخيلة ؛ لذا عليك التحقق من الحلول كلها في المعادلة الأصلية

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في طرفيها

مثال

$\sqrt{ك + ٥} = ك + ٣$

الحل : $(\sqrt{ك+٥})^{٢} = (ك + ٣)^{٢}$ ربع الطرفين
$ك + ٥ = ك^{٢} + ٦ ك + ٩$ بسط
$٠ = ك^{٢} + ٥ ك + ٤$ أطرح ك+٥ من الطرفين
$٠ = (ك + ٤)(ك + ١)$ حلّل
$ك + ٤ = ٠$ $ك + ١ = ٠$ خاصية التوزيع الصفري
$ك = -٤$ $ك = -١$ حل

التحقق

$\sqrt{ك + ٥} = ك + ٣$ المعادلة الأصلية
$\sqrt{-٤ + ٥} = -٤ + ٣$ عوض عن ك = -٤
$١ \neq ٢$ حل خطأ ✗
$\sqrt{ك + ٥} = ك + ٣$ المعادلة الأصلية
$\sqrt{-١ + ٥} = -١ + ٣$ عوض عن ك = -١
$٢ = ٢$ حل صحيح ✓

بما أن -٤ لاتحقق المعادلة الأصلية ، لذا فإن -١ هو الحل الوحيد للمعادلة

موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $\sqrt{س - ٣} - ٢ = ٤$ هو :			
أ) ٣٦	ب) ٣٩	ج) ٤٢	د) ٤٥
٢- حل المعادلة $س - ٣ = \sqrt{س - ١}$ هو :			
أ) ٣	ب) ٤	ج) ٥	د) ٦

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١- المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر تسمى .....

٢- لحل المعادلات الجذرية اجعل الجذر في طرف المعادلة أولا ثم ..... للتخلص من الجذر

٣- حل المعادلة $٤ + \sqrt{هـ + ١} = ١٤$ و تحقق من صحة الحل .

موقع منهجي
mnhaji.com

تذكر:
حل معادلات تربيعية باستعمال خاصية الجذر التربيعي.

٩_٤ نظرية فيثاغورس

ماذا سأتعلم ؟!
- أحل مسائل باستعمال نظرية فيثاغورس .
- أحدد إذا كان المثلث المعطى قائم الزاوية أم لا.

نظرية فيثاغورس

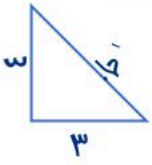
في المثلث القائم الزاوية : (الوتر)^{٢} = (الضلع ١)^{٢} + (الضلع ٢)^{٢}

إيجاد الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية

الوتر المجهول

(الوتر)^{٢} = (الضلع ١)^{٢} + (الضلع ٢)^{٢}

أوجدي طول الضلع المجهول في المثلث الآتي



(الوتر)^{٢} = (الضلع ١)^{٢} + (الضلع ٢)^{٢}

(جـ)^{٢} = (٤)^{٢} + (٣)^{٢}

(جـ)^{٢} = ١٦ + ٩

(جـ)^{٢} = ٢٥

جـ = ± ٥

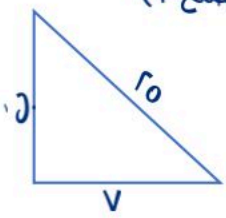
بما أن طول الضلع لايكون سالباً، لذا فإن طول الضلع المجهول هو ٥ وحدات

أحد الأضلاع (غير الوتر) المجهول

(الضلع ١)^{٢} = (الوتر)^{٢} ـ (الضلع ٢)^{٢}

أوجدي طول الضلع المجهول في المثلث الآتي

(الضلع ١)^{٢} = (الوتر)^{٢} ـ (الضلع ٢)^{٢}



(بَ)^{٢} = (٢٥)^{٢} ـ (٧)^{٢}

(بَ)^{٢} = ٦٢٥ ـ ٤٩

(بَ)^{٢} = ٥٧٦

بَ = ± ٢٤

بما أن طول الضلع لايكون سالباً، لذا فإن طول الضلع المجهول هو ٢٤ وحدة

عكس نظرية فيثاغورس

إذا كان الأطوال أ، بَ ، جـَ لاضلاع مثلث تحقق أن : جـَ^{٢} = أَ^{٢} + بَ^{٢} فإن المثلث قائم الزاوية

مثال: حددي إذا كانت الأطوال (١٠، ٨، ٦) يمكن أن تشكل اضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا؟

بما أن طول الضلع الأكبر هو ١٠ فإن جـَ = ١٠ أَ = ٨ بَ = ٦

جـَ^{٢} = أَ^{٢} + بَ^{٢} نظرية فيثاغورس

١٠^{٢} $\stackrel{؟}{=}$ ٨^{٢} + ٦^{٢} بالتعويض عن جـَ = ١٠، أَ = ٨ ، بَ = ٦

١٠٠ $\stackrel{؟}{=}$ ٦٤ + ٣٦ بالتربيع

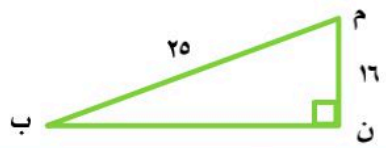
١٠٠ = ١٠٠ . بالجمع

بما أن جـَ^{٢} = أَ^{٢} + بَ^{٢} فإن قياسات هذه الأضلاع تشكل مثلثاً قائم الزاوية .

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

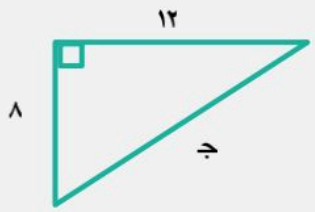
١ - مساحة المثلث م ن ب بالوحدات المربعة في الشكل المجاور : 			
أ) ٢٩ , ٦٨	ب) ١٥٣ , ٦٧	ج) ٣٠٧ , ٣٥	د) ١٩ , ٢١
٢ - أي الأطوال التالية تشكل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية ؟			
أ) ٩ , ١٢ , ١٥	ب) ٦ , ٦ , ١٢	ج) ٣ , ٤ , ٨	د) ٣ , ٥ , ٣

٢ - اكمل الفراغات الآتية :

١ ـ يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية .....

٢ - ضلعا المثلث القائم الزاوية غير الوتر هما.....

٣- أوجدي طول الضلع المجهول في المثلث المقابل :-



٤ - اكتشف الخطأ : يحاول حسام و حازم تحديد إن كانت الأعداد ٣٦ , ٧٧ , ٨٥ تشكل ثلاثية فيثاغورس . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

حسام

$٣٦^{٢} + ٧٧^{٢} = ٨٥^{٢}$

$١٢٩٦ + ٥٩٢٩ = ٧٢٢٥$

$٧٢٢٥ = ٧٢٢٥$

نعم

حازم

$٣٦^{٢} + ٨٥^{٢} = ٧٧^{٢}$

$١٢٩٦ + ٧٢٢٥ = ٥٩٢٩$

$٩٠٢١ \neq ٥٩٢٩$

لا

.....

.....

.....

.....

موقع منهجي mnhaj.com

تذكر:
استعمال نظرية فيثاغورس

٩_٥ المسافة بين نقطتين

ماذا سأتعلم ؟!
- أجد المسافة بين نقطتين في المستوى الاحداثي
- اجد نقطة المنتصف بين نقطتين في المستوى الاحداثي

المسافة بين نقطتين إحداثياتها (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) يعبر عنها بالقانون

$$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

مثال: أوجدي المسافة بين النقطتين (٥ ، ٤) ، (٢ ، ٣)

الحل:

$$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$= \sqrt{(-٣)^٢ + (-١)^٢} = \sqrt{٩ + ١}$$

$$= \sqrt{١٠}$$

إيجاد الإحداثي المجهول

ويمكن استعمال قانون المسافة بين نقطتين عند معرفة المسافة بينهما ومعرفة إحداثيات إحداهما لإيجاد الإحداثي المجهول للنقطة الأخرى

مثال : أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) إذا كانت المسافة بين نقطتين (٤ ، ٧) ، (أ ، ٣) تساوي ٥ وحدات

الحل :

$$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$٥ = \sqrt{(أ - ٤)^٢ + (٣ - ٧)^٢}$$

$$٥ = \sqrt{أ^٢ - ٨أ + ٣٢}$$ ربع و بسط

$$٢٥ = أ^٢ - ٨أ + ٣٢$$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$٠ = أ^٢ - ٨أ + ٧$$ أطرح ٢٥ من الطرفين

$$٠ = (أ - ١)(أ - ٧)$$ حلّل

أ - ١ = ٠ أو أ - ٧ = ٠ خاصية الضرب الصفري

أ = ١ أو أ = ٧ حل كل معادلة

قانون نقطة المنتصف

نقطة المنتصف : هي النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تنتمي إلى هذه القطعة ويمكن إيجادها باستعمال القانون

$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

مثال : أوجد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين (٦ ، ٨) ، (١٠ ، ٤)

الحل :

$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

$$م = \left(\frac{٦ + ١٠}{٢} ، \frac{٨ + ٤}{٢} \right)$$

$$م = (٨ ، ٦)$$

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - المسافة بين النقطتين (٥، ٣) ، (١، ٣) =			
أ) ١٦	ب) ٤	ج) ٥	د) ٩
٢ - إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين (١، ٣) ، (٩، ٩) =			
أ) (٥ ، ٦)	ب) (٤ ، ٦)	ج) (٨ ، ٦)	د) (١٠ ، ١٢)

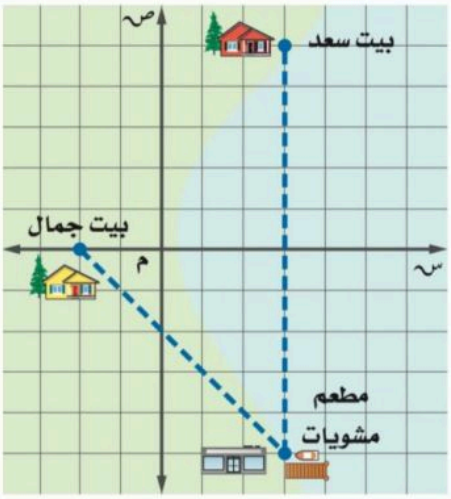
٢ - اكمل الفراغ الآتي :

١ - تسمى النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة و تنتمي إلى هذه القطعة .....

٣ - أراد سعد و جمال أن يلتقيا في مطعم مشويات كما في التمثيل المجاور فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى المطعم ، في حين استعمل جمال سيارته . علما بأن طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومترا واحدا .

أ - ما المسافة التي قطعها سعد ؟

ب - ما المسافة التي قطعها جمال ؟



موقع منهجي
mnhaji.com

تذكر:
حل التناسبات

٩_٦ المثلثات المتشابهة

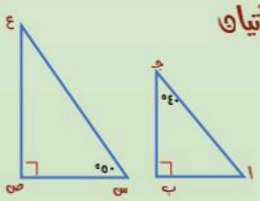
ماذا سأتعلم ؟!
- أحدد ما إذا كان مثلثان متشابهان ام لا .
- أجد العناصر المجهولة في مثلثين متشابهين .

المثلثات المتشابهة : هي المثلثات التي لها الشكل نفسه،وزواياها المتناظرة متساوية وقياسات الأضلاع المتناظرة متناسبة والرمز(~) يشير الى مثلثين متشابهين

تحديد المثلثات المتشابهة

باستعمال المقارنة بين قياسات الزوايا المتناظرة

مثال : حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين أم لا ، وبرر اجابتك



الحل

نعم متشابهة : لإن الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

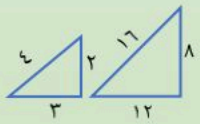
قياس ∠أ = ١٨٠° - (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠° = قياس ∠ س

قياس ∠ع = ١٨٠° - (٩٠° + ٥٠°) = ٤٠° = قياس ∠ جـ

قياس ∠ ب = ٩٠° = قياس ∠ ص

باستعمال المقارنة بين نسب أطوال الاضلاع المتناظرة

مثال: حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين أم لا ، وبرر اجابتك



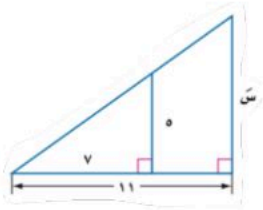
الحل

نعم متشابهة : لإن الاضلاع المتناظرة متناسبة

$$٤ = \frac{٨}{٢} = \frac{١٢}{٣} = \frac{١٦}{٤}$$

يمكن استعمال التناسب لإيجاد القياسات المجهولة ، عندما تكون بعض أطوال أضلاع المثلثات المتشابهة معلومة

مثال : أوجد قياس العناصر المجهولة في المثلثين المتشابهين



الحل: بما أن المثلثان متشابهان فإن الاضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{س}{٥} = \frac{١١}{٧}$$

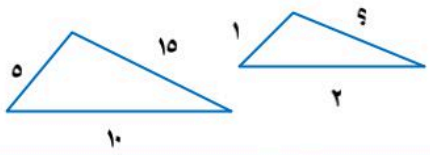
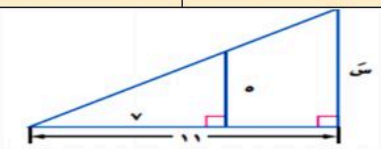
$$٧ س = ٥٥$$

$$س = \frac{٥٥}{٧} = ٧,٩$$

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

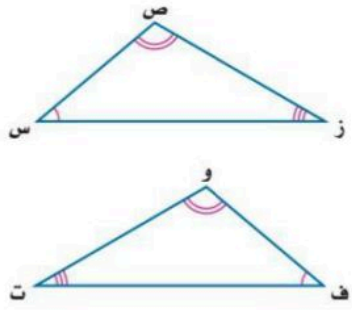
١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - في الشكل △ △ متشابهان قياس الضلع المجهول = 			
أ) ١٢	ب) ١٠	ج) ٦	د) ٣
٢ - طول الضلع المجهول سَ في المثلثين المتشابهين يساوي 			
أ) $\frac{٥٥}{٧}$	ب) $\frac{٧٧}{٥}$	ج) $\frac{١١}{٥}$	د) $\frac{٥٥}{٣}$

٢ - اكمل الفراغ الآتي:

١ - في المثلثين إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة وتساوت الزوايا المتناظرة يكون المثلثان. .....

٣- قارنت رهف و نوال بين المثلثين المتشابهين المجاورين . فأيهما كانت مقارنتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .



رهف

ق ∠ س = ق ∠ ت

ق ∠ ص = ق ∠ و

ق ∠ ز = ق ∠ ف

△ س ص ز ~ △ ت و ف

نوال

ق ∠ س = ق ∠ و

ق ∠ ص = ق ∠ ف

ق ∠ ز = ق ∠ ت

△ س ص ز ~ △ و ف ت

..... .

موقع منهجي mnhaj.com

تذكر:
استعمال نظرية فيثاغورس

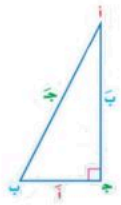
٩_٧ النسب المثلثية

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أجد النسب المثلثية للزوايا
- ☑ أستعمل النسب المثلثية لحل المثلث

حساب المثلثات : هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه

النسب المثلثية : هي النسب التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية

النسب المثلثية الأكثر شيوعًا



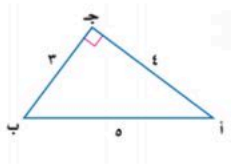
جيب الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$

جيب تمام الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$

ظل الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}$

مثال

أوجد النسب المثلثية للزاوية أ في المثلث الآتي



الحل : جا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٣}{٥}$

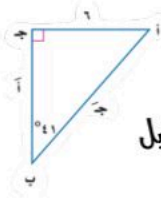
ظا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٣}{٤}$

جتا أ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٤}{٥}$

أستعمال النسب المثلثية

حل المثلث: يعني إيجاد القياسات المجهولة لإضلاع وزوايا المثلث القائم الزاوية

مثال : حل المثلث القائم الزاوية مقرباً طول الضلع إلى أقرب جزء من عشرة



أولا : أجد قياس < أ ١٨٠° − (٩٠° + ٤١°) = ٤٩°

قياس < أ = ٤٩°

ثانياً : أجد أَ باستعمال نسبة الظل لإن الضلع المقابل للزاوية ب معطى ونريد ايجاد المجاور للزاوية ب

أَ = $\frac{٦}{\text{ظا ٤٥}}$ ⟵ أَ = ٦,٩

ظا ٤٥ = $\frac{٦}{\text{أَ}}$ ⟵ أَ ظا ٤٥ = ٦

ثالثاً : أجد جـَ . باستعمال نسبة الجيب لإن قياس الضلع المقابل للزاوية معطي ونريد إيجاد قياس الوتر

جا ٤١° = $\frac{٦}{\text{جـَ}}$ ⟵ جـَ جا ٤١° = ٦

جـَ = $\frac{٦}{\text{جا ٤١°}}$ = ٩,١ تقريبا

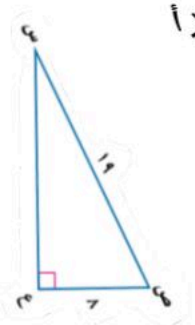
معكوس النسب المثلثية

إذا كانت < أ زاوية حادة

وكان جا أ = س فإن جا$^{-١}$ = ق < أ

أوكان جتا أ = س فإن جتا$^{-١}$ = ق < أ

أوكان ظا أ = س فإن ظا$^{-١}$ = ق < أ



مثال: أوجد ق < ص إلى أقرب درجة

نعلم طول الضلع المجاور للزاوية ص وطول الوتر إذن استعمل جيب التمام

جتا ص = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٨}{١٩}$

جتا$^{-١}$ $\frac{٨}{١٩}$ = ق < ص

باستعمال الحاسبة ودالة جتا$^{-١}$ (COS$^{-١}$)

ق < ص = ٦٥°

موقع منهجي
mnhaji.com

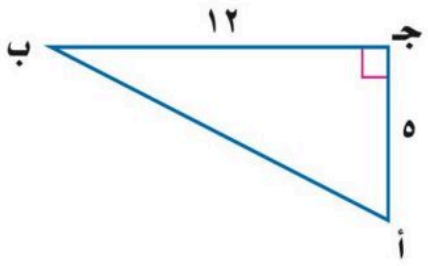
اختبر نفسك

١ - اكمل الفراغات الآتية :

١ - النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم تسمى .....

٢ - دراسة العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه يسمى.....

٢ - أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.



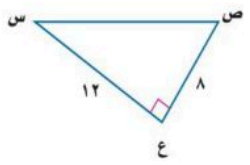
:

.

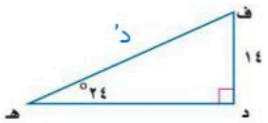
٣- استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي و قرب إلى اقرب جزء من ألف .

جا ٣٧° =	جتا ٢٣° =	ظا ١٤° =

٤ - أوجد قياس ∠ سَ في المثلث مقربا إلى أقرب درجة :



٥ - أوجد قياس دَ في المثلث مقربا إلى أقرب جزء من عشرة :



موقع منهجي
mnhaji.com

الفصل العاشر: الإحصاء و الإحتمال

عنوان الدرس	العرض البصري	الفيديو	الدرس	اختبر نفسك
تصميم دراسة مسحية			الدرس	اختبر نفسك
تحليل نتائج الدراسة المسحية			الدرس	اختبر نفسك
إحصائيات العينة ومعالم المجتمع			الدرس	اختبر نفسك
التباديل و التوافيق			الدرس	اختبر نفسك
احتمالات الحوادث المركبة			الدرس	اختبر نفسك

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

تذكر:
تنظيم البيانات باستعمال الجداول التكرارية

١٠-١ تصميم دراسه مسحية

ماذا سأتعلم ؟!
- أصمم دراسية مسحية
- أعرف الطرق المختلفة لاختيار العينة

أساليب جمع البيانات

الدراسة المسحية
تعريفها / استعمالها
تؤخذ فيها البيانات من استجابات أفراد عينة من المجتمع للتوصل الى استنتاجات عامة حول المجتمع

مثال عليها /

تحديد درجة رضا طلاب مدرسة عن فقرات الإذاعة المدرسية الصباحية : يسأل مشرف الإذاعة عينة من ٥٠ طالب عن رأيهم في فقرات الاذاعة

الدراسة القائمة على الملاحظة
تعريفها / استعمالها
تسجيل البيانات بعد ملاحظة أو مشاهدة العينة وتستعمل لمقارنة ردود الأفعال والتوصل إلى استنتاجات حول استجابات المجتمع

مثال عليها /
تراقب شركة لصناعة الدمى بعض الأطفال وهم يلعبون وتلاحظ نوع الدُمى اللتي يفضلونها أكثر ويستنتجون من ذلك أن الأطفال في عمر سنتين يفضلون الدمى اللتي تصدر أصوات على تلك اللتي لاتصدر أصوات

التجربة
تعريفها / استعمالها
تسجل البيانات بعد تغيير العينة وتستعمل للتوصل إلى استنتاجات عامة حول ما يمكن أن يحدث خلال حادثةٍ ما

مثال عليها /
يقوم مراقب ضبط الجودة بتشغيل آلة بسرعة معينة عشر مرات فإذا وجد أن المنتج يكون معيباً في كل مرة فإنه يستنتج أن المنتج سيكون معيباً في كل مرة تدور فيها الآلة بهذه السرعة

ملاحظة هامة /
تكون العينة متحيزة إذا كانت طريقة اختيارها تُعطي تفضيل لمجموعة معينة على مجموعة أخرى
وتكون العينة غير مُتحيزة إذا كان لكل فرد منها الإحتمال نفسه في الاختيار وتسمى عينة عشوائية

العينات العشوائية

العينة العشوائية البسيطة
تعريفها /

العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع

مثال عليها /

سحب أرقام مئة طالب من كيس وإخضاع هؤلاء الطلاب لدراسة مسحية

العينة العشوائية الطبقية
تعريفها /

العينة التي لها يقسم فيها المجتمع إلى فئات متماثلة غير متداخلة ثم يتم اختيار عينة من كل واحدة من هذه الفئات

مثال عليها /
يختار الباحث عينات من صفوف مختلفة من الطلاب بناء على النسبة المئوية لهذه الصفوف في المدرسة

العينة العشوائية المنتظمة
تعريفها /

العينة التي يُختار أفرادها تبعاً لفترة زمنية محددة أو فئة محددة من العناصر

مثال عليها /

تُفحص قطعة من خط إنتاج كل عشر دقائق أو تُفحص قطعة من كل ٥٠ قطعة

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة و يسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة.			
أ) متحيزة	ب) غير متحيزة	ج) طبقية	د) غير ذلك

٢- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت مه , ثم صف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كل مما يلي :

١- يريد مدير ناد رياضي أن يحدد شعارا للنادي . فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيا عن ارائهم .

العينة /	المجتمع /	أسلوب جمع البيانات /

٢- سألت وكالة سياحية جميع زبائنها الذين تعاملوا معها خلال السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر تفضيلا و الأقل تفضيلا .

العينة /	المجتمع /	أسلوب جمع البيانات /

٣- اكمل الفراغات الآتية :

١ - العينة التي يختار أفرادها تبعا لزمن معين أو فترة زمنية محددة تسمى .....

٢ - العينة التي لها الفرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع تسمى .....

٣- جزء ا من مجموعة أكبر تسمى المجتمع هي .....

٤- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت منه ثم صنف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة :

يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءا بوقت يحدد عشوائيا

العينة	المجتمع	تصنيف العينة

موقع منهجي
mnhaji.com

١٠-٢ تحليل نتائج الدراسية المسحية

تذكر:
تصميم الدراسات المسحية

ماذا سأتعلم ؟!
- ألخص نتائج الدراسة المسحية
- أقوم نتائج الدراسة المسحية

مقاييس النزعة المركزية

	المتوسط الحسابي	الوسيط	المنوال
وصفه	مجموع البيانات مقسوماً على عددها	العدد الأوسط أو متوسط العددين الأوسطين في البيانات المرتبة	العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات
متى يستخدم ؟!	عندما لايوجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات	عندما توجد قيمة متطرفة في البيانات ولكن لاتوجد فجوة كبيرة في وسط البيانات	عندما توجد أعداد متكررة في مجموعة البيانات

أنواع البيانات /
بيانات كمية تُعطى بصورة قيم عددية يمكن تحليلها مثل درجات الإختبار أو ساعات الدراسة أوكتل الأجسام
بيانات نوعية لايمكن أن تأخذ قيمة عددية ومن أمثلتها الجنس (ذكر، أنثى)، الجنسية ، البرنامج التلفزيوني المفضل

تقويم نتائج الدراسة المسحية

غالباً ماتقدم الصحف اليومية والمجلات والتقارير المتلفزة نتائج دراسات مسحية تحتاج إلى الحكم على مصداقيتها قبل اتخاذ قرار يُعتمد عليها ويمكن أن تطرح بعض الأسئلة على نفسك من أجل ذلك مثل :
مامجتمع الدراسة ؟ ومالعينات المختارة منه ؟ وهل استطيع تحديدها بسهولة ؟ وهل هي متحيزة ؟
مامصدر البيانات ؟ وهل هو موثوق ؟ وهل يمكن أن يكون متحيز؟
هل تدعم البيانات الاستنتاجات فعلياً؟

وهذا مايسمى بتقويم نتائج الدراسة المسحية

نتائج مظلله

يفكر قائد مدرسة ثانوية كبيرة في تطبيق نظام جديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط فوزع استبانة على الطلاب يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد وكان السؤال / مارأيك في تطبيق النظام الجديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط ؟
الاستنتاج / لن يزعج الطلاب من تطبيق نظام توزيع الطلاب على جمعيات النشاط
حدد ما إذا كان التمثيل بالأعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الدراسة المسحية ؟

يبدو للوهلة الأولى ان معظم الطلاب موافقون على تطبيق النظام الجديد ومع ذلك فإن أطوال فترات التدريج غير ثابتة وإذا ألقينا نظرة فاحصة نجد أن نحو ٤٥٠ طالب غير موافقين او غير موافقين بشدة على هذا النظام الجديد وأن عدد الطلاب الموافقين يزيد قليلاً على ٣٠٠ طالب فقط لذا فإن التمثيل البياني المعروض مظلل والاستنتاج غير صادق

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات يسمى :			
أ) المتوسط	ب) الوسيط	ج) المنوال	د) المدى

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - الوسيط هو مجموع البيانات مقسوما على عددها ( )

٢ - البيانات النوعية يمكن أن تأخذ قيمة عددية ( )

٣- أي مقاييس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات ؟ و برر إجابتك , ثم أحسب ذلك المقياس

أجريت دراسة حول الأنشطة الصيفية المفضلة التي يمارسها الطلاب , و عرضت نتائجها في الجدول المجاور .

الأنشطة الصيفية			
السباحة	٦٥٠	المخيمات	٤٣٢
الرحلات	٨٨٥	المطالعة	٢٨١
الرياضة	١١٢٣	أخرى	٥١٤

٤ - حدد صحة المعلومات و الاستنتاجات لتقرير الدراسة المسحية فيما يأتي :

يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة.

السؤال :ما اللعبة الرياضية التي تفضلها؟

الاستنتاج :كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعا من الألعاب الرياضية المفضلة.

موقع منهجي
mnhaji.com

١٠-٣ إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

تذكر:
تنظيم نتائج الدراسة المسحية وتلخيصها

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ استعمل احصائيات العينة لتحليل نتائج الدراسة المسحية
- ☑ أحلل البيانات باستعمال إحصائيات العينة

عيّن العينة والمجتمع في الموقف التالي ثم صف إحصائي العينة ومعلمة المجتمع

اختيرت عينة عشوائية من إحدى الجامعات مكونة من ٤٠ من طالبي المنح الدراسية ثم حُسب متوسط درجاتهم

العينة : مجموعة الطلاب ٤٠ المتقدمين بطلبات المنح الدراسية
المجتمع : جميع الطلاب طالبي المنح الدراسية
إحصائي العينة : متوسط درجات الطلاب الأربعين
مَعلمة المجتمع : متوسط درجات جميع طالبي المنح الدراسية

مقاييس التشتت

المقياس	الوصف	متى يفضل استعماله ؟!
المدى	الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في مجموعة البيانات	لوصف الأعداد التي تشملها مجموعة البيانات
الربيعات	القيم التي تقسم مجموعة البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية	لتحديد القيم الواقعة في الجزء الأعلى أو الجزء الأسفل من مجموع البيانات
المدى الربيعي	مدى النصف الأوسط من مجموعة البيانات وهو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى	لتحديد القيم الواقعة في النصف الأوسط من مجموعة البيانات

الانحراف المتوسط : هو متوسط القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات

كيف نوجد الإنحراف المتوسط ..؟!

١ – نوجد المتوسط الحسابي
٢ – نوجد مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي
٣ – نقسم هذا المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات

الانحراف المعياري : هو القيمة التي تُحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

التباين : هو مربع الانحراف المعياري

كيف نوجد التباين والإنحراف المعياري ..؟!

١ – نوجد المتوسط الحسابي
٢ – نوجد مربع الفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي ثم نجمع هذه المربعات ونقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات لنحصل على التباين
٣ – نوجد الانحراف المعياري بإيجاد الجذر التربيعي للتباين

موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الانحراف المتوسط لمجموعة البيانات ٦ , ١٠ , ١٥ , ١١ , ٨ يساوي			
أ) ٦	ب) ٨	ج) ١٠	د) ١٢
٢- الانحراف المعياري للأعداد ١٢ , ١٥ , ١٨ , ٢١ يساوي			
أ) ٣ , ١١	ب) ٤ , ٣	ج) ٦ , ٩	د) ٥ , ١٦

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - ..... هو مربع الإنحراف المعياري للبيانات

٢ - ..... هو القيمة التي تدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

٣ - عين العينة و المجتمع , ثم صنف إحصائي العينة و معلمة المجتمع .

اختيرت عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية , و سئل أفراد العينة عن الوقت الذي يقضيه كل منهم في الأنشطة المنهجية الإضافية خلال الأسبوع .

العينة	المجتمع	إحصائي العينة	معلمة المجتمع

٤- اكتشف الخطأ : تصف كل من سحر و رغد طريقة دقة دراسة مسحية , فأيتهما إجابتها صحيحة ؟ فسر ذلك .

سحر

يجب أن تشتمل الدراسة المسحية على اكبر عدد ممكن من أفراد المجتمع

رغد

يجب اختيار عينة الدراسة المسحية عشوائيا , و يجب أن تؤخذ عدة عينات عشوائية

.....

موقع منهجي mnhaj.com

١٠-٤ التباديل والتوافيق

تذكر:
استعمال مبدأ العد الأساسي

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ استعمل التباديل
- ☑ استعمل التوافيق

التباديل

عندما تنظم العناصر بحيث يكون ترتيبها مهماً وتكتب جميع التراتيب الممكنة لهذه العناصر يسمى كل من هذه التراتيب تبديل

في التباديل الترتيب مهم جداً

أوجد قيمة كل مما يلي:

٦ ل ٢ = ٦ × ٥ = ٣٠

٥ ل ٣ = ٥ × ٤ × ٣ = ٦٠

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

يريد أمين مكتبة أن يعرض ٦ مجلات من بين ١٠ مجلات مختلفة على رف ، فبكم طريقة يمكنه ذلك ؟

ملاحظة هامة / كلمة مختلفة تدل على ترتيب لذلك تحل بالتباديل

١٠ ل ٦ = ١٠ × ٩ × ٨ × ٧ × ٦ × ٥ = ١٥١٢٠٠

التوافيق

يسمى عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية توافيق

في التوافيق الترتيب غير مهم أبداً
اختيار جزء من كُل

أوجد قيمة كل مما يلي:

$$٦ \text{ ق } ٣ = \frac{٦ \times ٥ \times ٤}{٣ \times ٢ \times ١} = ٢٠$$

$$٤ \text{ ق } ٢ = \frac{٤ \times ٣}{٢ \times ١} = ٦$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

تطلب أم من بناتها الخمسة القيام بالأعمال المنزلية كل أسبوع بكم طريقة يمكن اختيار اثنتين منهن لتنظيف ساحة المنزل ؟

ملاحظة هامة / الترتيب في عملية الاختيار غير هام كذلك نلاحظ انه اختيار جزء من كل لذلك تحل بالتوافيق

$$٥ \text{ ل } ٢ = \frac{٥ \times ٤}{٢ \times ١} = ١٠$$

المضروب

المضروب : مضروب العدد الصحيح الموجب ن هو ناتج ضرب الاعداد الصحيحة الموجبة التي تقل عن ن أو تساويه

مثلاً ٤ ! = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

دخل فهد وخمسة من أصدقائه قاعة محاضرات فبكم طريقة مختلفة يمكنهم أن يجلسوا جميعاً على ٦ مقاعد خالية في صف واحد ؟

عدد طرق جلوس فهد وأصدقائه هو ٦ ! = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٤ أشخاص من بين ١٢ شخصا ؟			
أ) ٤٨	ب) ٤٨٣	ج) ٤٩٥	د) ٨٨٠
٢- يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صور جوائزه الست التي يوزعها على الزبائن على لوحة . بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد ؟			
أ) ١٢٠	ب) ٤٥٠	ج) ٧٢٠	د) ٩٦٠
٣- $ل_{٢}^{٧}$ =			
أ) ١٤	ب) ٤٢	ج) ٤٩	د) ٢٤٠
٤ - $ق_{٤}^{٦}$ =			
أ) ١٥	ب) ٢٠	ج) ٣٠	د) ٤٥

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية تسمى .....

٣- حدد هل يتضمن كل موقف من المواقف الآتية تباديل أم توافيق :

اختيار ٥ كتب لقراءتها من بين ٨ كتب على رف	
اختيار الفائزين بالمراكز الثلاثة الأولى في مسابقة ثقافية	

٤ - اكتشف الخطأ : تريد كل من سلمى و نوف أن يكونا لجنة مؤلفة من ٤ طالبات . للإشراف على تزيين المدرسة استعدادا لاحتفال تكريم الأوائل . تريد كل منهما أن تحدد عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا تطوع ١٠ طالبات للقيام بهذا العمل . فأيهما كانت إجابتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

سلمى

$$ل_{٤}^{١٠} = \frac{!١٠}{!(١٠-٤)}$$

$$= ٥٠٤٠$$

نوف

$$ق_{٤}^{١٠} = \frac{!١٠}{!٤!(١٠-٤)}$$

$$= ٢١٠$$

الإجابة

موقع منهجي mnhaji.com

١٠-٥ احتمالات الحوادث المركبة

تذكر:
كيفية حساب احتمال بسيط

ماذا سأتعلم ؟!
- نوجد احتمال حادثتين مستقلتين او غير مستقليتين
- نوجد احتمال حادثتين متنافيتين. أو حادثتين غير متنافيتين

الحوادث المركبة

تتكون من حادثتين بسيطتين وأكثر

مثال : يحتوي كيس على ٦ كرات سوداء و ٩ زرقاء و ٤ صفراء وكرتين خضراوين فإذا سُحبت منه كرة عشوائياً ثم أُعيدت وسُحبت كرة ثانية أوجد احتمال سحب كرة سوداء ثم كرة صفراء ؟

الكرة الأولى : ح (سوداء) = عدد الكرات السوداء / عدد الكرات الكلي = ٦/٢١

الكرة الثانية : ح (صفراء) = عدد الكرات الصفراء / عدد الكرات الكلي = ٤/٢١

اذاً احتمال الحوادث المستقلة يكون

ح (سوداء و صفراء) = ح (سوداء) X ح (صفراء)

= ٦/٢١ X ٤/٢١ = ٢٤/٤٤١

الحوادث المستقلة والغير مستقلة

الحوادث المستقلة هي التي نتيجة إحداهما لاتؤثر على الأخرى

مثال : يحوي كيس على ١٠ كرات ٥ منها زرقاء و٢ سوداء و٣ خضراء ثم سُحب كرة عشوائياً زرقاء ثم سوداء

مستقلة : ح (زرقاء وسوداء)

١/١٠ = ١٠/١٠٠ X ٢/١٠ X ٥/١٠

غير مستقلة : عندما سحبنا الكرة الأولى لم يتم إعادتها إلى الكيس

١/١٥ = ٦/٩٠ = ٢/٩ X ٣/١٠

الحوادث المتنافية

هي الحوادث التي لا يمكن وقوعها معاً

مثال :
عند رمي مكعب أرقام أوجدي احتمال ظهور العدد ٣ أو ٥؟
أولاً نوجد احتمال ظهور العدد ٣ والعدد ٥ كلاً على حده

ح (ظهور ٣) = ١/٦

ح (ظهور ٥) = ١/٦

احتمال الحوادث المتنافية

ح (٣ أو ٥) = ١/٦ + ١/٦ = ٢/٦ = ١/٣

ح (٤ على الأقل) = ١/٦ + ١/٦ + ١/٦ = ٣/٦ = ١/٢

الحوادث الغير متنافية

مثال :
في حادثة رمي مكعب أرقام ماحتمال ظهور عدد فردي أو أولي ؟

أولاً نوجد احتمال ظهور عدد فردي وعدد أولي كلاً على حده

ح (فردي) = ٣/٦

ح (أولي) = ٣/٦

ح (فردي أو أولي) = ٢/٦

ح (فردي) + ح (أولي) – ح (الاعداد الاوليه الفرديه)

٢/٣ = ٤/٦ = ٢/٦ – ٣/٦ + ٣/٦

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

١ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند رمي مكعب أرقام فإن حادثة ظهور (عدد فردي أو أولي) حوادث متنافية ( )

٢- اكمل الفراغات التالية :

١-عندما تؤثر نتيجة حادثة ما في نتيجة حادثة أخرى تسمى حادثتان .....

٢- الحادثتان اللتان لا يمكن وقوعهما معا تسمى حادثتان .....

٣- يحتوي كيس على ٣ كرات حمراء و كرتين خضراوين و ٤ كرات زرقاء . اختيرت منه كرتان عشوائيا دون إرجاع . أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوين .

٤- أوجد كلا من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام :

ح (أقل من ٣) =	ح (٢ أو ٣) =	ح (عدد زوجي) =

٥- اكتشف الخطأ : يريد كل من حمد و جمال تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائيا من كيس يحتوي على ٨ كرات زرقاء و ٦ حمراء و ٨ صفراء و٤ بيضاء فإيهما إجابته صحيحة مع التبرير ؟

الإجابة	جمال	حمد
	ح (زرقاء أو حمراء) = ح (زرقاء) × ح (حمراء) = $\frac{٨}{٢٦} \times \frac{٦}{٢٦}$ = $\frac{٤٨}{٦٧٦}$ = ٧٪ تقريبًا	ح (زرقاء أو حمراء) = ح (زرقاء) + ح (حمراء) = $\frac{٨}{٢٦} + \frac{٦}{٢٦}$ = $\frac{١٤}{٢٦}$ = ٥٤٪ تقريبًا

موقع منهجي minhaji.com

ملحق الإجابات

الفصل السادس

اختبر نفسك

ضرب وحيدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي مما يلي لا يعتبر وحيدة حد :			
أ) $\frac{\text{س ص ع}^{٢}}{٢}$	ب) $\frac{\text{م ف}^{-٢}}{\text{ن}}$	ج) ٢٣أب جـ د^{٢}	د) ٣س^{٢} ص^{٣} ك^{٦}
٢- تبسيط العبارة (٦ن^{٣}) (٢ن^{٧}) =			
أ) ١٢ ن^{١٠}	ب) ٨ ن^{١٠}	ج) ٨ ن^{٤}	د) ١٢ ن^{٢١}

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- إذا كان طول مستطيل ٢٥ س^{٣} . وعرضه ٥ س^{٢} فإن مساحته تساوي ١٢٥ س^{٥}

٢- يسمى العدد أو المتغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة وحيدة حد

٣ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه تضرب الأسس (✗)

٢ - العبارة س - ٢١ وحيدة حد (✗)

٤- بسط كل عبارة مما يأتي:

(٥ م^{٤} ف) (٧ م^{٤} ف^{٣})

= (٥ × ٧) (م^{٤} × م^{٤}) (ف × ف^{٣})

= ٣٥ م^{٨} ف^{٤}

(-٢ ف^{٢} ج^{٣} ل^{٢})^{٣}

= (-٢)^{٣} (ف^{٢})^{٣} (ج^{٣})^{٣} (ل^{٢})^{٣}

= -٨ ف^{٦} ج^{٩} ل^{٦}

[(٢^{٣})^{٢}]^{٢}

= (٢$^{٣ \times ٢}$)^{٢}

= (٢^{٦})^{٢}

= ٢^{١٢}

موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك
قسمة وحيدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة $\frac{م^{٤} ن^{٢}}{م^{٢} ن}$ =			
أ) $\frac{ن^{٢}}{م}$	ب) $\frac{م^{٢}}{ن}$	ج) $م^{٢} ن$	د) $م^{٢} ن^{٣}$
٢- تبسيط العبارة $\frac{ب^{٤} جـ^{٢} د^{٠}}{ب^{٢} جـ}$ =			
أ) $ب^{٢} جـ$	ب) $ب^{٤} جـ^{٢} د$	ج) $ب^{٤} د$	د) $ب^{٤} جـ^{٢} د^{٠}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- تستعمل لمقارنة المقادير و تقدير الحسابات و اجرائها بسرعة و تعبر عن العدد مقربا الى اقرب قوى العشرة رتبة المقدار

٣- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه تطرح الأسس (✓)

٢- تبسيط العبارة $(٣ س^{٢} ص)^{٠}$ = $٣ س^{٢} ص$ (✗)

٤- بسط كل عبارة مما يأتي مفترضا أن المقام لا يساوي صفرا :

$\frac{ر^{٤} ن^{٧} ف^{٢}}{ن^{٧} ف^{٢}}$

$= (ر^{٤}) (ن^{٧-٧}) (ف^{٢-٢})$

$= ر^{٤} ن^{٠} ف^{٠}$

$= ر^{٤}$

$\frac{ر^{٣} ن^{-١} س^{-٥}}{ن س^{٥}}$

$= (ر^{٣}) (ن^{-١-١}) (س^{-٥-٥})$

$= ر^{٣} ن^{-٢} س^{-١٠}$

$= \frac{ر^{٣}}{ن^{٢} س^{١٠}}$

$\left(\frac{٤ س^{٣}}{٣ ص^{٤}} \right)^{٣}$

$= \frac{(٤)^{٣} (س^{٣})^{٣}}{(٣)^{٣} (ص^{٤})^{٣}}$

$= \frac{٦٤ س^{٩}}{٢٧ ص^{١٢}}$

موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك
كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تصنف كثيرة الحدود ٢ س^{٢} - ٤ س - ٦ على أنها :			
أ) وحيدة حد	ب) ثنائية حد	ج) ثلاثية حدود	د) غير ذلك
٢- درجة وحيدة الحد ٢ د^{٥} ب^{٣} هي :			
أ) الثالثة	ب) الخامسة	ج) الثامنة	د) الثانية

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - درجة كثيرة الحدود ٤ س^{٥} + ٥ س - ٣ من الدرجة الثالثة (✗)

٣- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

كثيرة الحدود	مجموع أسس كل متغيراتها
درجة وحيدة الحد	أكبر درجة لأي حد من حدودها
درجة كثيرة الحدود	هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد

٤- اكتب كثيرة الحدود فيما يأتي بالصورة القياسية , وحدد المعامل الرئيس فيها :

- س^{٢} + ٣ + ٣ س^{٣} + ٣ س

الصورة القياسية هي :

٣س^{٣} - س^{٢} + ٣ س + ٣

المعامل الرئيس هو ٣

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك
جمع كثيرات الحدود و طرحها

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - ناتج (٢ص - ٥) - (٣ص + ١) =			
أ) ٥ ص + ٦	ب) ص - ٤	ج) - ص - ٦	د) - ص - ٤

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة	(✓)

٣ - أوجد ناتج مايلي :

(س^{٢} ص - ٣ س^{٢} + ص) + (٣ ص - ٢ س^{٢}ص)

= [س^{٢}ص + (-٢س^{٢}ص)] + (-٣ س^{٢}) + (ص + ٣ ص)

= - س^{٢} ص - ٣ س^{٢} + ٤ ص

(٨ ص - ١٠ + ٥ ص^{٢}) - (٧ - ص^{٢} + ١٢ ص)

= (٨ ص - ١٠ + ٥ ص^{٢}) + (-٧ + ص^{٢} - ١٢ ص)

= [٨ ص + (-١٢ ص)] + [-١٠ + (-٧)] + (٥ ص^{٢} + ص^{٢})

= - ٤ ص - ١٧ + ٦ ص^{٢}

٤ - اكتشف الخطأ : يجد كل من ثامر و سلطان ناتج : (٢ س^{٢} - س) - (٣ س + ٣ س^{٢} - ٢) . فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

ثامر

(٢ س^{٢} - س) - (٣ س + ٣ س^{٢} - ٢)
= (٢ س^{٢} - س) + (- ٣ س + ٣ س^{٢} - ٢)
= ٥ س^{٢} - ٤ س - ٢

سلطان

(٢ س^{٢} - س) - (٣ س + ٣ س^{٢} - ٢)
= (٢ س^{٢} - س) + (- ٣ س - ٣ س^{٢} - ٢)
= - س^{٢} - ٤ س - ٢

كلاهما إجابته خطأ . فلم يجد أي منهما النظير الجمعي بشكل صحيح . إذ إن جميع حدود كثيرة الحدود التي تلي عملية الطرح يجب أن تضرب في - ١

موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك
ضرب كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ناتج (٢ س + ٣) (س + ٥) =

أ) ٢ س^{٢} + ٨ س + ١٥	ب) س^{٢} + ٧س + ١٥	ج) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥	د) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ٨

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب في ضرب ثنائتي حد (✓)

٢ - العبارة التربيعية هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثالثة (✗)

٣- أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

(٤ ص^{٢} - ٣) (٤ص^{٢} + ٧ ص + ٢)

= ٤ ص^{٢} (٤ ص^{٢} + ٧ ص + ٢) - ٣ (٤ ص^{٢} + ٧ ص + ٢)

= ١٦ ص^{٤} + ٢٨ ص^{٣} + ٨ ص^{٢} - ١٢ ص^{٢} - ٢١ ص - ٦

= ١٦ ص ٤ + ٢٨ ص٣ - ٤ ص ٢ - ٢١ ص - ٦

(٤ م - ٣) (م + ٢)

= ٤ م (م + ٢) - ٣ (م + ٢)

= ٤ م^{٢} + ٨ م - ٣ م - ٦

= ٤ م^{٢} + ٥ م - ٦

يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل طولها ٨ أمتار . و عرضها ٦ أمتار . أكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة و الممر .

المساحة الكلية = (٢ س + طول الحديقة) (٢ س + عرض الحديقة)

= (٢ س + ٦) (٢ س + ٨)

= ٤ س^{٢} + ١٦ س + ١٢ س + ٤٨

= ٤س^{٢} + ٢٨ س + ٤٨

موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك
حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - ناتج (٦ص - ٣) ^{٢} =			
أ) ٣٦ ص^{٢} + ١٨ ص - ٩	ب) ٣٦ ص^{٢} - ٣٦ ص + ٩	ج) ٣٦ ص^{٢} - ٩	د) ٣٦ص^{٢} - ١٨ ص - ٩
٢- مربع طول ضلعه ص وحدة إذا نقص طول كل ضلع ٩ وحدات فإن العبارة التي تمثل مساحة المربع الجديد هي :			
أ) ص٢ - ٨١	ب) ٢ ص - ١٨	ج) ص٢ - ١٨ ص + ١٨	د) ص ٢ - ١٨ ص + ٨١

٢ - أوجد ناتج مايلي :

(س + ٥) ^{٢}

= س ^{٢} + ٢ (س) (٥) + (٥) ^{٢}

= س ^{٢} + ١٠ س + ٢٥

(٥س - ٢ص) ^{٢}

= (٥ س) ^{٢} - ٢ (٥ س) (٢ ص) + (٢ ص)^{٢}

= ٢٥ س^{٢} - ٢٠ س ص + ٤ ص ^{٢}

(٣س - ٢) (٣ س + ٢)

= (٣ س) ^{٢} - (٢) ^{٢}

= ٩ س ^{٢} - ٤

٣- حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي :

(٢ جـ - د) (٢ جـ - د)	(٢ جـ + د) (٢ جـ - د)	(٢ جـ + د) (٢ جـ + د)	(جـ + د) (جـ + د)

(٢ جـ + د) (٢ جـ - د) لإن ناتج الضرب لا يحتوي على حد أوسط بينما الحدود الثلاثة الأخرى تحتوي على حد أوسط

موقع منهجي
mnhaji.com

ملحق الإجابات

الفصل السابع

اختبر نفسك
تحليل وحيدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ق . م . ا لوحيدتا الحد ٥ ب ، ١٥ أ ب^{٢}			
أ) ٣ ب	ب) ١٥ أ ب	ج) ٥ أ ب	د) ٥ ب
٢- التحليل التام للعبارة ٦ س^{٢} ص هو :			
أ) ٢ × ٣ × س× س× ص	ب) ٦ × س × ص	ج) ٦ × س× س× ص	د) ٢ × ٣ × س × ص

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - القاسم المشترك الأكبر لعددين أو اكثر هو اصغر عدد يكون عاملا لكل من هذه الأعداد (✗)

٢ - تكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلية اذا عبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية و متغيرات بأس ١ (✓)

٣- حلل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلا تاما :

١٢ س ٢ ص٤

= ٢ X ٢ X ٣ X س X س X ص X ص X ص X ص

- ٣٨ ر ب٢ ن ٢

= - ١ X ٢ X ١٩ X ب X ب X ن X ن

٤- أوجد (ق . م . أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية :

٢٤ م د^{٣} ، ٤٨ م^{٢} د

٢٤ م د^{٣} = ② × ② × ② × ③ × م × د × د × د

٤٨ م^{٢} د = = ② × ② × ② × ② × ③ × م × م × د

(ق . م . أ) لوحيدتي الحد هو ٢٤ م د

٥- ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتاهما ١٥ سم^{٢} ، ١٦ سم^{٢} ، علما بأن بعدي كل منهما عددان كليان .

١٥ = ٣ × ٥

١٦ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢

أكبر قيمة = ١ سم

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك
استعمال خاصية التوزيع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٥ س ص - ١٠ ص هو			
أ) ٥ ص	ب) ٥ ص (س - ٢)	ج) ص (٥ س - ١٠)	د) (س - ٢)
٢ - مجموعة حل المعادلة ٣ س (س - ١) = ٠ هي :			
أ) { ٠ }	ب) { ٠ ، -١ }	ج) { ١ ، ٠ }	د) { ١ }

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - إذا كان حاصل ضرب عاملين صفرا . فإن أحد العاملين على الأقل يساوي صفرا (✓)

٣- استعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود

١٢ ل ك^{٢} + ٦ ل^{٢} ك + ٢ ل^{٢} ك^{٢}

١٢ ل ك^{٢} = ٢ × ٢ × ٣ × ل × ك × ك حلل كل حد
٦ ل^{٢} ك = ٢ × ٣ × ل × ل × ك نضع دائرة حول العوامل المشتركة
٢ ل^{٢} ك^{٢} = ٢ × ل × ل × ك × ك
(ق . م . أ) = ٢ ل ك
١٢ ل ك^{٢} + ٦ ل^{٢} ك + ٢ ل^{٢} ك^{٢}
أعد كتابة كل حد باستعمال (ق . م . أ)
= ٢ ل ك (٦ ك) + ٢ ل ك (٣ ل) + ٢ ل ك (ل ك)
= ٢ ل ك (٦ ك + ٣ ل + ل ك)

٤- حلل كثيرة الحدود الآتية :

ن م + ٢ ن + ٨ م + ١٦

= (ن م + ٢ ن) + (٨ م + ١٦)
جمع الحدود ذات العوامل المشتركة
= ن (م + ٢) + ٨ (م + ٢)
حلل كل تجميع بإخراج (ق . م . أ)
= (م + ٢) (ن + ٨)
خاصية التوزيع

٥ - اكتشف الخطأ : يحل كل من حمد و راشد المعادلة ٢ م^{٢} = ٤ م . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

راشد

٢ م^{٢} = ٤ م
٢ م^{٢} - ٤ م = ٠
٢ م (م - ٢) = ٠
٢ م = ٠ أو م - ٢ = ٠
م = ٠ أو م = ٢

حمد

٢ م^{٢} = ٤ م

$\frac{٢م^{٢}}{م^{٢}} = \frac{٤م}{م^{٢}}$

م = ٢

الإجابة

راشد يجب جعل أحد طرفي المعادلة صفرا . و لا يصح القسمة على متغير . لأنه قد تكون قيمة المتغير صفرا

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية : $س^{٢} + ب س + ج = ٠$

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $س^{٢} + س - ٢٠$ =

أ) (س + ٤) (س + ٥)	ب) (س + ٤) (س - ٥)	ج) (س - ٤) (س + ٥)	د) (س - ٤) (س - ٥)

٢- إذا كانت مساحة مستطيل طوله (ص + ٢) تساوي ص ^{٢} - ٤ ص - ١٢ سم^{٢} . فإن عرضه يساوي

أ) (ص - ٦)	ب) (ص + ٦)	ج) (ص - ٢)	د) (ص - ٤)

٢- حلل كثيرة الحدود :

$ن^{٢} + ٤ ن - ٢١$

ب = ٤ ، ج = - ٢١

عوامل العدد - ٢١	مجموع العاملين
١ ، ٢١ -	٢٠
٣ ، ٧ -	٤

العاملان الصحيحان هما ٣ ، ٧ -

$ن^{٢} + ٤ ن - ٢١ = (ن - ٣) (ن + ٧)$

٣- حل المعادلة الآتية و تحقق من صحة الحل :

$س^{٢} + ١٠ س + ٩ = ٠$

(س + ٩) (س + ١) = ٠

س + ٩ = ٠ ، س + ١ = ٠

س = - ٩ ، س = - ١

التحقق من الحل

نعوض عن س = - ٩ في المعادلة الاصلية

$(-٩)^{٢} + ١٠ (-٩) + ٩ = ٠$

٨١ - ٩٠ + ٩ = ٠

نعوض عن س = - ١ في المعادلة الاصلية

$(-١)^{٢} + ١٠ (-١) + ٩ = ٠$

١ - ١٠ + ٩ = ٠

٤- **اكتشف الخطأ** : حلل كل من ماجد و خليل العبارة : $س^{٢} + ٦ س - ١٦$. فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

ماجد

$س^{٢} + ٦ س - ١٦ = (س + ٢) (س - ٨)$

خليل

$س^{٢} + ٦ س - ١٦ = (س - ٢) (س + ٨)$

خليل , عند ضرب العاملي اللذين يشكلان إجابة ماجد يكونن الناتج $س^{٢} + ٦ س - ١٦$, إلا أن الحد الأوسط يجب أن يكون موجبا

موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية : أس^{٢} + ب س + جـ = ٠

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٢س^{٢} + ٥ س + ٣ هو :			
أ) (٢س+ ٣) (س + ١)	ب) (٢س- ١) (س + ٣)	ج) (س- ٥) (س- ٣)	د) (٢س- ٣) (س- ٢)
٢- إذا كان أحد جذري المعادلة ٣ س ٢ - ١٠ س + ٨ = ٠ هو ٢ فإن الجذر الآخر هو :			
أ) $\frac{٣}{٤}$	ب) $\frac{٤}{٣}$	ج) ٣	د) ٤

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة تسمى **كثيرة حدود أولية**

٣- حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي و إذا لم يكن ذلك ممكنا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب أولية :

٢س^{٢} + ٩ س + ٩

أ = ٢ , ب = ٩ , ج = ٩

عوامل العدد ١٨	مجموع العوامل
٦ , ٣	٩

٢س^{٢} + ٩ س + ٩ = ٢س^{٢} + ٣ س + ٦ س + ٩

= (٢س^{٢} + ٣ س) + (٦ س + ٩)

= س (٢ س + ٣) + ٣ (٢ س + ٣)

= (س + ٣) (٢س + ٣)

٥ ص^{٢} - ٣ ص + ٤

أ = ٥ ب = - ٣ , ج = ٤

عوامل العدد ٢٠	مجموع العوامل
-١ , -٢٠	-٢١
-٤ , -٥	-٩
-٢ , -١٠	-١٢

كثيرة حدود أولية لأنه لا يوجد عاملان مجموعها - ٣

٤ - اكتشف الخطأ : حل كل من زكريا و سامي المعادلة ٦س^{٢} - س = ١٢ . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

زكريا

٦س^{٢} - س = ١٢

٦س^{٢} - س - ١٢ = ٠

(٢ س - ٣) (٣ س + ٤) = ٠

٢ س - ٣ = ٠ أو ٣ س + ٤ = ٠

س = $\frac{٣}{٢}$ أو س = - $\frac{٤}{٣}$

سامي

٦س^{٢} - س = ١٢

س (٦ س - ١) = ١٢

س = ١٢ أو ٦ س - ١ = ١٢

٦ س = ١٣ أو س = $\frac{١٣}{٦}$

الإجابة :

زكريا , أعد كتابة المعادلة للحصول على الصفر في أحد طرفيها . ثم حلل و حل باستعمال خاصية الضرب الصفري.

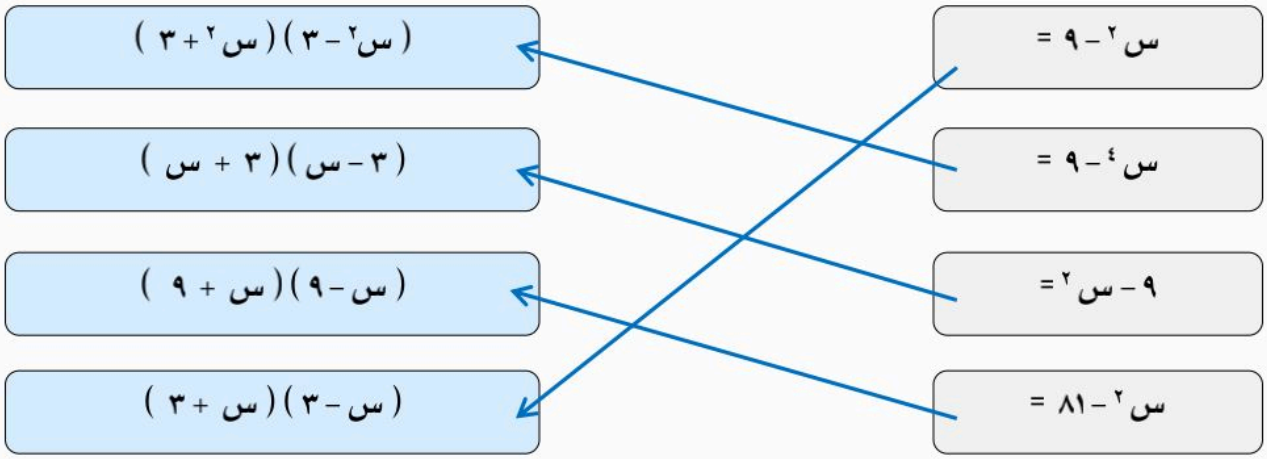
موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك
المعادلات التربيعية : الفرق بين مربعين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٤ م^{٢} - ٢٥ =			
أ) (٢م + ٥) (٢ م + ٥)	ب) (٢م + ٥) (٢ م - ٥)	ج) (٢م - ٥) (٢ م - ٥)	د) أولية

٢- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :



٣- حلل كل كثيرة حدود فيما يلي : ٢م^{٣} + م^{٢} - ٥٠ م - ٢٥

= (٢م^{٣} + م^{٢}) - (٥٠ م + ٢٥)	جمع الحدود ذات العوامل المشتركة
= م^{٢} (٢م + ١) - ٢٥ (٢م + ١)	حلل كل تجمع
= (م^{٢} - ٢٥) (٢ م + ١)	عامل مشترك
= (م + ٥) (م - ٥) (٢ م + ١)	تحليل الفرق بين مربعين

٤ - اكتشف الخطأ : حللت كل من هلا و منى العبارة الآتية فأيهما إجابتها صحيحة ؟ فسر ذلك .

هلا	منى
١٦ س^{٤} - ٢٥ ص^{٢}	١٦ س^{٤} - ٢٥ ص^{٢}
(٤س - ٥ ص) (٤ س + ٥ ص)	(٤س^{٢} - ٥ ص) (٤ س^{٢} + ٥ ص)

منى عند التحقق من إجابة هلا يكون ناتج الضرب ١٦ س^{٢} - ٢٥ ص^{٢}

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية : المربعات الكاملة

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $س^{٢} + ١٢ س + ٣٦ = ٠$ هي :

أ) -٢	ب) ٤	ج) -٦	د) ٦

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - كثيرة الحدود $٦ س^{٢} + ٣٠ س + ٣٦$ تُشكل مربع كامل (✗)

٣- حدد إذا كانت ثلاثية الحدود فيما يلي تشكل مربعا كاملا أم لا . و إذا كانت كذلك فحللها .

$١٦ ص^{٢} - ٥٦ ص + ٤٩$

الحد الأول مربع كامل لأن $١٦ ص^{٢} = (٤ ص)^{٢}$

الحد الأخير مربع كامل لأن $٤٩ = ٧^{٢}$

الحد الأوسط $= -٢ \times (٤ ص) \times ٧ = -٥٦ ص$

بما أن الشروط الثلاثة متوفرة فإن العبارة

$١٦ ص^{٢} - ٥٦ ص + ٤٩$ تشكل مربعا كاملا

$١٦ ص^{٢} - ٥٦ ص + ٤٩ =$

$(٤ ص)^{٢} - ٢ (٤ ص) \times ٧ + ٧^{٢}$

$= (٤ ص - ٧)^{٢}$

٤ - حل المعادلة $(س - ٤)^{٢} = ٦٤$.

$\sqrt{(س - ٤)^{٢}} = \sqrt{٦٤}$

$س - ٤ = \pm ٨$

$س - ٤ = ٨$ أو $س - ٤ = -٨$

$س = ٨ + ٤$ أو $س = -٨ + ٤$

$س = ١٢$ أو $س = -٤$

الجذران هما ١٢ و -٤

٥- أكتشف الخطأ : حلل منصور و فيصل العبارة $س^{٨} - س^{٤}$. تحليلا تاما . فأيهما إجابته صحيحة ؟

منصور

$س^{٨} - س^{٤} = س^{٤} (س^{٢} + ١) (س^{٢} - ١)$

فيصل

$س^{٨} - س^{٤} = س^{٤} (س^{٢} + ١) (س - ١) (س + ١)$

فيصل , لم يحلل منصور العبارة تحليلا تاما

ملحق الإجابات

الفصل الثامن

اختبر نفسك
تمثيل الدوال التربيعية بيانيا

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الرأس و معادلة محور التماثل للدالة ص = ٢س^{٢} + ١٢ س + ١٠ هي :			
أ) (– ٣ ، – ٨) ، س = – ٣	ب) (٣ ، – ١٢) ، س = ٣	ج) (– ٨ ، ٣) ، س = – ٣	د) (٣ ، ٨) ، س = ٣
٢- مدى الدالة ص = – ٣س^{٢} + ٦ س + ٣ هو :			
أ) {ص | ص ≥ ٧ }	ب) {ص | ص ≤ ٧}	ج) {ص | ص ≥ ٦}	د) {ص | ص ≤ ٦}

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- التمثيل البياني لدالة تربيعية هو قطع **مكافئ**

٢- القيمة العظمى للدالة د(س) = – ٢س^{٢} – ٨ س + ١ تساوي **٩**

٣- المقطع الصادي للدالة ص = (س – ١)^{٢} + ٥ يساوي **٦**

٣- مثل الدالة د (س) = س^{٢} – ٤ س + ١ بيانيا .

معادلة محور التماثل

س = ٢

الرأس

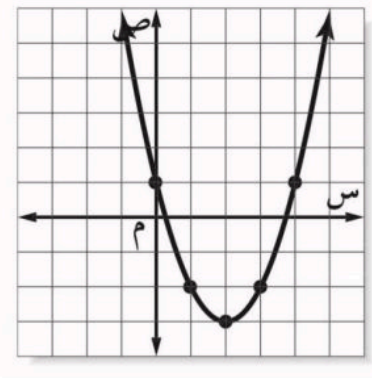
يقع الرأس عند النقطة

(٢ ، – ٣)

التمثيل مفتوح إلى اعلى

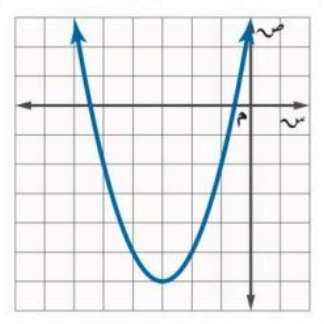
الرأس يمثل قيمة صغرى

المقطع الصادي يساوي ١



٤ -مستعينة بالتمثيل المجاور اوجدي

ما هو مطلوب منك :



١- رأس القطع المكافئ **(– ٣ ، – ٦)**

٢- معادلة محور التماثل **س = – ٣**

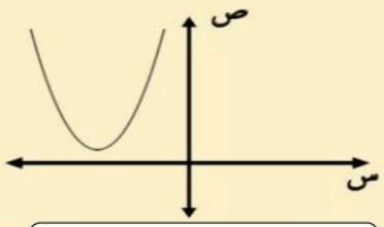
٣- المقطع الصادي هو **٣**

موقع منهجي
mnhaji.com

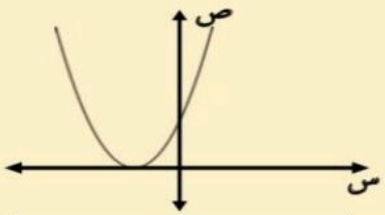
اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية بيانيا

١- اكمل الفراغات التالية :

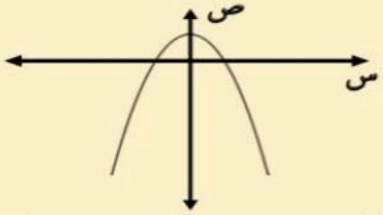
حلول المعادلات التربيعية



لا يوجد حلول حقيقية

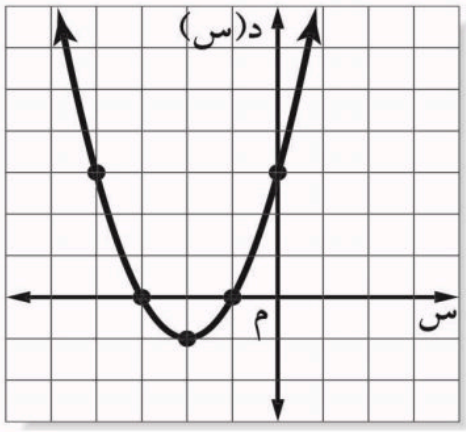


حل حقيقي وحيد



حلان حقيقيان

٢- حل المعادلة $س^{٢} + ٤ س + ٣ = ٠$ **بيانيا :**

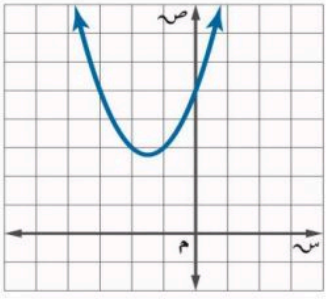


امثل الدالة د (س) = $س^{٢} + ٤ س + ٣$ المرتبطة بالمعادلة بيانيا

تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند -١ , -٣

لذا فالحلول هي -١ , -٣

٣ - اكتشف الخطأ : يقوم معاذ و أحمد بإيجاد عدد الأصفار الحقيقية للدالة الممثلة بالشكل المجاور فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .



معاذ	أحمد
ليس لهذه الدالة أصفار حقيقية , لأنه لا يوجد لتمثيلها البياني مقاطع سينية .	لها صفرا حقيقيا واحدا , لأن التمثيل البياني للدالة مقطعا صاديا .

الإجابة : معاذ , أصفار الدالة التربيعية هي المقاطع السينية للتمثيل , و بما أن التمثيل لا يقطع محور السينات فلا توجد مقاطع سينية و لا أصفار

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة جـ التي تجعل س ^{٢} + ٨ س + جـ مربعا كاملا هي :			
أ) ٤	ب) ١٦	ج) ٦٤	د) ٨
٢- حلول المعادلة س ^{٢} + ١٢ س = ١٣ هي			
أ) ٦ , ٢	ب) ٤ , ٣	ج) - ١٣ , ١	د) ١٣ , ٣

٢- حل المعادلة س ^{٢} - ٨ س + ٧ = ٠ بإكمال المربع .

س ^{٢} - ٨ س = - ٧	اطرح ٧ من كلا الطرفين
س ^{٢} - ٨ س + ١٦ = - ٧ + ١٦	بما أن ($\frac{-٨}{٢}$) ^{٢} = ١٦ لذا أضف ١٦ إلى كلا الطرفين
(س - ٤) ^{٢} = ٩	حلل س ^{٢} - ٨ س + ١٦
س - ٤ = ± ٣	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين
س - ٤ = ٣ أو س = ٤ = - ٣	افصل الحلين
س = ٣ + ٤	س = - ٣ + ٤
= ٧	= ١

الحلان هما ١ , ٧

٣- حدد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى . و فسر إجابتك .

ن ^{٢} - ٢ ن + ١	ن ^{٢} + ٤ ن + ٤	ن ^{٢} - ٦ ن + ٩	ن ^{٢} + ن + ١

ن ^{٢} + ن + ١ هي ثلاثية الحدود الوحيدة التي لا تمثل مربعا كاملا .

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - قيمة المميز للمعادلة س^{٢} - ٩ س + ٢١ = ٠ تساوي			
أ) ٩ , ٤	ب) - ٣	ج) ٧٢	د) ١٦٥
٢- عدد الحلول الحقيقية للمعادلة ٣ص^{٢} - ص - ٨ = ٠ تساوي			
أ) واحد فقط	ب) حلان	ج) عدد لانهائي	د) لا يوجد حل

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - إذا كانت قيمة المميز للمعادلة عدد سالب فإن للمعادلة حل حقيقي واحد . (✗)

٣- حل المعادلة س^{٢} + ٦ س - ١٦ = ٠ باستعمال القانون العام .

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٦ \pm \sqrt{(٦)^{٢} - ٤(١)(-١٦)}}{٢(١)}$$

$$س = \frac{-٦ \pm \sqrt{١٠٠}}{٢}$$

$$س = \frac{-٦ \pm ١٠}{٢}$$

$$س = \frac{-٦ + ١٠}{٢} \quad , \quad س = \frac{-٦ - ١٠}{٢}$$

$$س = ٢ \quad , \quad س = -٨$$

الحلان هما ٢ و - ٨

٤ - اوجد قيم المميز للمعادلة ٩ س^{٢} - ٣٠ س + ٢٥ = ٠ ثم حدد عدد حلولها الحقيقية .

المميز = ب^{٢} - ٤أجـ أ = ٩ , ب = - ٣٠ , جـ = ٢٥

= (- ٣٠)^{٢} - ٤ (٩) (٢٥)

= ٩٠٠ - ٩٠٠ = ٠

بما أن المميز يساوي صفر فإن عدد الجلول الحقيقة واحد

موقع منهجي mnhaji.com

ملحق الإجابات

الفصل التاسع

اختبر نفسك
تبسيط العبارات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة الجذرية $\sqrt{٢٤}$ =			
أ) $٢\sqrt{٦}$	ب) $٤\sqrt{٦}$	ج) $٦\sqrt{٢}$	د) ١٢
٢- تبسيط $\sqrt{٨} \times \sqrt{٥}$ =			
أ) $٤\sqrt{١٠}$	ب) $٢\sqrt{١٠}$	ج) $٤\sqrt{٥}$	د) $٥\sqrt{٨}$
٣- تبسيط العبارة $\sqrt{\frac{٤٥}{١٠}}$ =			
أ) $\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$	ب) $\frac{٥\sqrt{٢}}{١٠}$	ج) $\frac{\sqrt{٤٥٠}}{١٠}$	د) $\frac{\sqrt{٥٠}}{١٠}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- $\sqrt{٨٨ م^{٣} ب^{٢} ر^{٥}}$ = = $٢|م|ب|ر^{٢}\sqrt{٢٢ م ر}$

٢- مرافق $٦ - \sqrt{٧}$ هو $٦ + \sqrt{٧}$

٣- بسط العبارة :

$$\frac{٣}{٣ + \sqrt{٥}}$$

$$= \frac{٣}{٣ + \sqrt{٥}} \times \frac{٣ - \sqrt{٥}}{٣ - \sqrt{٥}}$$

$$= \frac{٩ - \sqrt{٥}}{٩ - ٥} = \frac{٩ - \sqrt{٥}}{٤}$$

٤- بسط العبارة

$\sqrt{٥٦ س ص^{١٠} ك^{٥}}$

$= \sqrt{٢^{٢} \times ٢ \times ٧ \times س ص^{١٠} ك^{٤} ك}$

$= ٢ | ص^{٥} | ك^{٢}\sqrt{١٤ س ك}$

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك

العمليات على العبارات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- $٢\sqrt{٥} \times ٧\sqrt{٤}$ =			
أ) $١٤\sqrt{٢٠}$	ب) $١٤\sqrt{٥}$	ج) $٢٨\sqrt{٥}$	د) $٢٨\sqrt{١٠}$
٢- العبارة الجذرية $٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٢}$ =			
أ) $٤\sqrt{٢}$	ب) $٢\sqrt{٢}$	ج) $٢\sqrt{٦}$	د) $٦\sqrt{٦}$
٣) $٤\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧} - ٦\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧}$ =			
أ) $٢\sqrt{٣} + \sqrt{٧}$	ب) $-٢\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٧}$	ج) $٢\sqrt{٦} + \sqrt{١٤}$	د) $١٠\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٧}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١) $٤\sqrt{٥٤} + ٢\sqrt{٢٤} = ١٦\sqrt{٦}$

٢) $\sqrt{٢٧} + ٢\sqrt{٣} - \sqrt{١٢} = ٣\sqrt{٣}$

٣- أوجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة .

$٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥}$

$٣\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢}$

مساحة المستطيل = $(\sqrt{٥} - ٢\sqrt{٣})(٢\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٢})$

$= (\sqrt{٥})(٢\sqrt{٥}) + (\sqrt{٥})(\sqrt{٣}) - (٢\sqrt{٣})(٢\sqrt{٣}) - (٢\sqrt{٣})(٥\sqrt{٢})$

$= ١٠ + \sqrt{١٥} - ٤\sqrt{١٥} - ٦$

$= ٤ - ٣\sqrt{١٥}$

موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك
المعادلات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $\sqrt{س - ٣} - ٢ = ٤$ هو :

أ) ٣٦	ب) ٣٩	ج) ٤٢	د) ٤٥

٢- حل المعادلة $س - ٣ = \sqrt{س - ١}$ هو :

أ) ٣	ب) ٤	ج) ٥	د) ٦

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١- المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر تسمى معادلات جذرية

٢- لحل المعادلات الجذرية اجعل الجذر في طرف المعادلة أولا ثم ربع طرفيها للتخلص من الجذر

٣- حل المعادلة $٤ + \sqrt{هـ + ١} = ١٤$ و تحقق من صحة الحل .

$٤ + \sqrt{هـ + ١} = ١٤$ المعادلة الأصلية

$\sqrt{هـ + ١} = ١٤ - ٤$ اطرح ٤ من الطرفين

$\sqrt{هـ + ١} = ١٠$ ربع الطرفين و بسط

$هـ + ١ = ١٠٠$ بسط

$هـ = ٩٩$ اطرح ١ من الطرفين

التحقق من الحل

بالتعويض عن $هـ = ٩٩$ في المعادلة الاصلية

$٤ + \sqrt{٩٩ + ١} = ١٤$

$٤ + \sqrt{١٠٠} = ١٤$

$٤ + ١٠ = ١٤$

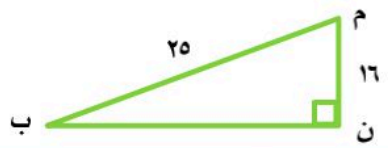
$١٤ = ١٤$

موقع منهجي mnhaji.com

اختبر نفسك
نظرية فيثاغورس

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - مساحة المثلث م ن ب بالوحدات المربعة في الشكل المجاور :



أ) ٢٩ , ٦٨	ب) ١٥٣ , ٦٧	ج) ٣٠٧ , ٣٥	د) ١٩ , ٢١

٢ - أي الأطوال التالية تشكل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية ؟

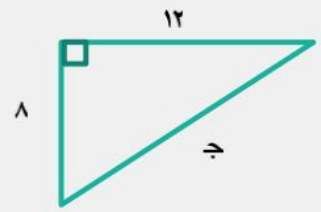
أ) ٩ , ١٢ , ١٥	ب) ٦ , ٦ , ١٢	ج) ٣ , ٤ , ٨	د) ٣ , ٥ , ٣

٢ - اكمل الفراغات الآتية :

١ - يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية **الوتر**

٢ - ضلعا المثلث القائم الزاوية غير الوتر هما **ساقين**

٣- أوجدي طول الضلع المجهول في المثلث المقابل :-



جـ = أ^{٢} + ب^{٢}

جـ = ١٢^{٢} + ٨^{٢}

جـ = ١٤٤ + ٦٤

جـ = ٢٠٨ اوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين

جـ = ± ٤٢ , ١٤

بما أن طول الضلع لا يكون سالبا , لذا فإن طول الضلع هو ٤٢ , ١٤ وحدة

٤ - اكتشف الخطأ : يحاول حسام و حازم تحديد إن كانت الأعداد ٣٦ , ٧٧ , ٨٥ تشكل ثلاثية فيثاغورس . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

حسام

٣٦^{٢} + ٧٧^{٢} ≟ ٨٥^{٢}

١٢٩٦ + ٥٩٢٩ ≟ ٧٢٢٥

٧٢٢٥ = ٧٢٢٥

نعم

حازم

٣٦^{٢} + ٨٥^{٢} ≟ ٧٧^{٢}

١٢٩٦ + ٧٢٢٥ ≟ ٥٩٢٩

٥٩٢٩ ≠ ٩٠٢١

لا

الإجابة / حسام . يجب أن يساوي مربع العدد الأكبر مجموع مربعي العددين الأخرين ,حيث تتحقق عندها ثلاثية فيثاغورس

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك
المسافة بين نقطتين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - المسافة بين النقطتين (٥، ٣) ، (١، ٣) =			
أ) ١٦	ب) ٤	ج) ٥	د) ٩
٢ - إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين (١، ٣) ، (٩، ٩) =			
أ) (٦، ٥)	ب) (٦، ٤)	ج) (٦، ٨)	د) (١٢، ١٠)

٢ - اكمل الفراغ الآتي :

١ - تسمى النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة و تنتمي إلى هذه القطعة نقطة المنتصف

٣ - أراد سعد و جمال أن يلتقيا في مطعم مشويات كما في التمثيل المجاور فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى المطعم ، في حين استعمل جمال سيارته ، علما بأن طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومترا واحدا .

أ - ما المسافة التي قطعها سعد ؟

إحداثي بيت سعد = (٣ ، ٥)

إحداثي مطعم المشويات = (٣ ، -٥)

المسافة = $\sqrt{(٣-٣)^{٢}+(-٥-٥)^{٢}}$

$= \sqrt{(٠)^{٢}+(-١٠)^{٢}}$

$= \sqrt{(١٠)^{٢}}$

= ١٠ كلم

ب- ما المسافة التي قطعها جمال ؟

إحداثي بيت جمال = (-٢ ، ٠)

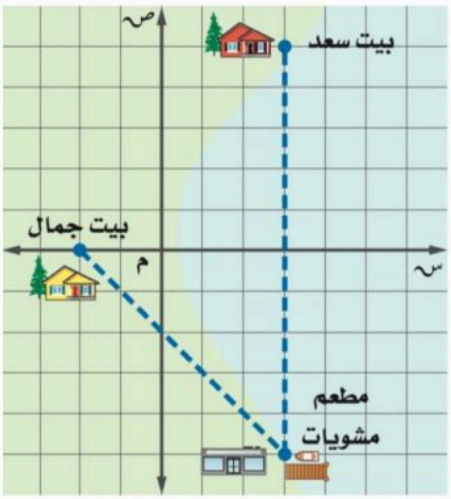
إحداثي مطعم المشويات = (٣ ، -٥)

م = $\sqrt{(-٢-٣)^{٢}+(٠-(-٥))^{٢}}$

$= \sqrt{(-٥)^{٢}+(٥)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥+٢٥}$

$= ٥\sqrt{٢}$ = ٧,٠٧ كلم تقريبا

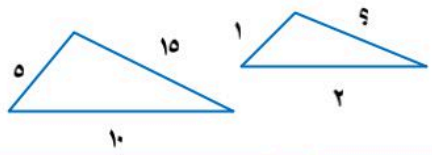


موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك
المثلثات المتشابهة

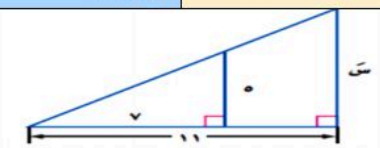
١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ – في الشكل △ △ متشابهان قياس الضلع المجهول =



أ) ١٢	ب) ١٠	ج) ٦	د) ٣

٢ – طول الضلع المجهول سَ في المثلثين المتشابهين يساوي

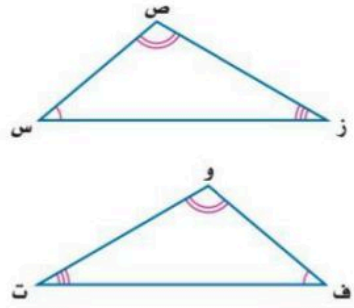


أ) $\frac{٥٥}{٧}$	ب) $\frac{٧٧}{٥}$	ج) $\frac{١١}{٥}$	د) $\frac{٥٥}{٣}$

٢- اكمل الفراغ الآتي:

١ – في المثلثين إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة وتساوت الزوايا المتناظرة يكون المثلثان .متشابهين

٣- قارنت رهف و نوال بين المثلثين المتشابهين المجاورين . فأيهما كانت مقارنتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .



رهف
ق ∠ س = ق ∠ ت
ق ∠ ص = ق ∠ و
ق ∠ ز = ق ∠ ف
△ س ص ز ~ △ ت و ف

نوال
ق ∠ س = ق ∠ و
ق ∠ ص = ق ∠ ف
ق ∠ ز = ق ∠ ت
△ س ص ز ~ △ و ف ت

الإجابة / كلتاهما خطأ , فالأقواس تشير إلى الزوايا المتناظرة , لذا فإن △س ص ز ~ △ ف و ت

موقع منهجي
mnhaji.com

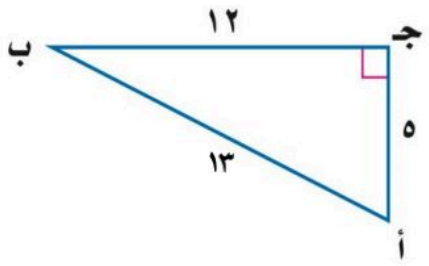
اختبر نفسك
النسب المثلثية

١ - اكمل الفراغات الآتية :

١ – النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم تسمى النسب المثلثية

٢ – دراسة العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه يسمى حساب المثلثات

٢ – أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.



جا ب = المقابل / الوتر = ٥ / ١٣

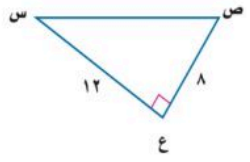
جتا ب = المجاور / الوتر = ١٢ / ١٣

ظا ب = المقابل / المجاور = ٥ / ١٢

٣- استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي و قرب إلى اقرب جزء من ألف .

جا ٣٧° = ٠,٦٠١٨ | جتا ٢٣° = ٠,٩٢٠٥ | ظا ١٤° = ٠,٢٤٩٣

٤ – أوجد قياس ∠ س في المثلث مقربا إلى أقرب درجة:



ق ∠ س =

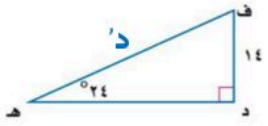
جا س = المقابل / الوتر

جا س = ٨ / ١٢

جا س = ٠,٦٦٦٧

س = ٣٤°

٥ – أوجد قياس دَ في المثلث مقربا إلى أقرب جزء من عشرة :



جا س = المقابل / الوتر

جا ٢٤° = ١٤ / د'

د' = ١٤ / جا ٢٤

د' = ٣٤,٤

ملحق الإجابات

الفصل العاشر

اختبر نفسك
تصميم دراسة مسحية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة و يسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة.			
أ) متحيزة	ب) غير متحيزة	ج) طبقية	د) غير ذلك

٢- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت مه , ثم صف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كل مما يلي :

١- يريد مدير ناد رياضي أن يحدد شعارا للنادي , فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيا عن ارائهم .

العينة /	المجتمع /	أسلوب جمع البيانات /
١٠٠ شخص من مشجعي النادى	مشجعي النادي جميعهم	دراسة مسحية

٢- سألت وكالة سياحية جميع زبائنها الذين تعاملوا معها خلال السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر تفضيلا و الأقل تفضيلا .

العينة /	المجتمع /	أسلوب جمع البيانات /
الزبائن جميعهم الذين تعاملوا مع الشركة خلال السنتين الماضيتين	الزبائن السابقون جميعهم	دراسة مسحية

٣- اكمل الفراغات الآتية :

١ - العينة التي يختار أفرادها تبعا لزمن معين أو فترة زمنية محددة تسمى **العينة العشوائية المنتظمة**

٢ - العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع تسمى **العينة العشوائية المنتظمة**

٣- جزءا من مجموعة أكبر تسمى المجتمع هي **العينة**

٤- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت منه ثم صنف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة :

يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءا بوقت يحدد عشوائيا

العينة /	المجتمع /	تصنيف العينة /
الفطائر التي يتم فحصها كل ٢٠ دقيقة	جميع الفطائر التي تعد في المطعم	منتظمة لأنه يتم فحص الفطائر في فترات زمنية محددة

اختبر نفسك
تحليل نتائج الدراسة المسحية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات يسمى :

أ) المتوسط	ب) الوسيط	ج) المنوال	د) المدى

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - الوسيط هو مجموع البيانات مقسوما على عددها (✗)

٢ - البيانات النوعية يمكن أن تأخذ قيمة عددية (✗)

٣- أي مقاييس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات ؟ و برر إجابتك , ثم أحسب ذلك المقياس

أجريت دراسة حول الأنشطة الصيفية المفضلة التي يمارسها الطلاب , و عرضت نتائجها في الجدول المجاور .

الأنشطة الصيفية			
السباحة	٦٥٠	المخيمات	٤٣٢
الرحلات	٨٨٥	المطالعة	٢٨١
الرياضة	١١٢٣	أخرى	٥١٤

لا يمكن حساب مقياس للنزعة المركزية , لأن قيم البيانات تمثل أشياء مختلفة .

٤ - حدد صحة المعلومات و الاستنتاجات لتقرير الدراسة المسحية فيما يأتي :

يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة.

السؤال :ما اللعبة الرياضية التي تفضلها؟

الاستنتاج :كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعا من الألعاب الرياضية المفضلة.

التمثيل و الاستنتاج صحيحان

موقع منهجي
mnhaji.com

اختبر نفسك
إحصائيات العينة و معالم المجتمع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات ٦ , ١٠ , ١٥ , ١١ , ٨ يساوي			
أ) ٦	ب) ٨	ج) ١٠	د) ١٢
٢- الانحراف المعياري للأعداد ١٢ , ١٥ , ١٨ , ٢١ يساوي			
أ) ٣ , ١١	ب) ٤ , ٣	ج) ٦ , ٩	د) ٥ , ١٦

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - **التباين** هو مربع الإنحراف المعياري للبيانات .

٢ - **الانحراف المعياري** هو القيمة التي تدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

٣ - عين العينة و المجتمع , ثم صنف إحصائي العينة و معلمة المجتمع .

اختيرت عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية , و سئل أفراد العينة عن الوقت الذي يقضيه كل منهم في الأنشطة المنهجية الإضافية خلال الأسبوع .

العينة /	المجتمع /	إحصائي العينة /	معلمة المجتمع /
عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير	طلاب المدرسة الثانوية في منطقة عسير جميعهم	الوقت الذي يقضيه أفراد العينة في الأنشطة المنهجية الإضافية	الوقت الذي يقضيه كل طلاب المدارس الثانوية في الأنشطة المنهجية الإضافية

٤- اكتشف الخطأ : تصف كل من سحر و رغد طريقة دقة دراسة مسحية , فأيتهما إجابتها صحيحة ؟ فسر ذلك .

سحر	رغد	الإجابة /
يجب أن تشتمل الدراسة المسحية على اكبر عدد ممكن من أفراد المجتمع	يجب اختيار عينة الدراسة المسحية عشوائيا , و يجب أن تؤخذ عدة عينات عشوائية	كلا الإجابتين صحيحة , إذ إن الطريقة التي ذكرتها كل من سحر و رغد تؤدي إلى زيادة دقة الدراسة المسحية

اختبر نفسك
التباديل و التوافيق

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٤ أشخاص من بين ١٢ شخصا ؟			
أ) ٤٨	ب) ٤٨٣	ج) ٤٩٥	د) ٨٨٠
٢- يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صور جوائزه الست التي يوزعها على الزبائن على لوحة . بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد ؟			
أ) ١٢٠	ب) ٤٥٠	ج) ٧٢٠	د) ٩٦٠
٣- $ل_{٢}^{٧}$ =			
أ) ١٤	ب) ٤٢	ج) ٤٩	د) ٢٤٠
٤ - $ق_{٤}^{٦}$ =			
أ) ١٥	ب) ٢٠	ج) ٣٠	د) ٤٥

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية تسمى **التوافيق**

٣- حدد هل يتضمن كل موقف من المواقف الآتية تباديل أم توافيق :

اختيار ٥ كتب لقراءتها من بين ٨ كتب على رف	توافيق
اختيار الفائزين بالمراكز الثلاثة الأولى في مسابقة ثقافية	تباديل

٤ - اكتشف الخطأ : تريد كل من سلمى و نوف أن يكونا لجنة مؤلفة من ٤ طالبات , للإشراف على تزيين المدرسة استعدادا لاحتفال تكريم الأوائل . تريد كل منهما أن تحدد عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا تطوع ١٠ طالبات للقيام بهذا العمل . فأيهما كانت إجابتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

سلمى

$$ل_{٤}^{١٠} = \frac{!١٠}{!(٤-١٠)}$$

$$= ٥٠٤٠$$

نوف

$$ق_{٤}^{١٠} = \frac{!١٠}{!٤!(٤-١٠)}$$

$$= ٢١٠$$

الإجابة

نوف , بما أن الترتيب غير مهم , فيجب استعمال التوافيق

اختبر نفسك
احتمالات الحوادث المركبة

١ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند رمي مكعب أرقام فإن حادثة ظهور (عدد فردي أو أولي) حوادث متنافية (✗)

٢- اكمل الفراغات التالية :

١-عندما تؤثر نتيجة حادثة ما في نتيجة حادثة أخرى تسمى حادثتان غير مستقلتين

٢- الحادثتان اللتان لا يمكن وقوعهما معا تسمى حادثتان متنافيتان

٣- يحتوي كيس على ٣ كرات حمراء و كرتين خضراوين و ٤ كرات زرقاء . اختيرت منه كرتان عشوائيا دون إرجاع . أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوين .

الحادثتان غير مستقلتين

ح (أ و ب) = ح (أ) × ح (ب)

الكرة الأولى : ح (زرقاء) = $\frac{٤}{٩}$

الكرة الثانية : ح (زرقاء) = $\frac{٣}{٨}$

ح (زرقاء و زرقاء) = $\frac{٤}{٩} \times \frac{٣}{٨} = \frac{١٢}{٧٢} = \frac{١}{٦}$

احتمال سحب كرتين زرقاوين دون إرجاع يساوي $\frac{١}{٦}$

٤- أوجد كلا من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام :

ح (أقل من ٣) = $\frac{١}{٣}$ = ٣٣ ٪ تقريبا

ح (٢ أو ٣) = $\frac{١}{٣}$ = ٣٣ ٪ تقريبا

ح (عدد زوجي) = $\frac{١}{٢}$ = ٥٠٪

٥- اكتشف الخطأ : يريد كل من حمد و جمال تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائيا من كيس يحتوي على ٨ كرات زرقاء و ٦ حمراء و ٨ صفراء و٤ بيضاء فإيهما إجابته صحيحة مع التبرير ؟

حمد

ح (زرقاء أو حمراء)

= ح(زرقاء) + ح (حمراء)

= $\frac{٨}{٢٦} + \frac{٦}{٢٦}$

= $\frac{١٤}{٢٦}$ = ٥٤٪ تقريبًا

جمال

ح (زرقاء أو حمراء)

= ح (زرقاء) × ح (حمراء)

= $\frac{٨}{٢٦} \times \frac{٦}{٢٦}$

= $\frac{٤٨}{٦٧٦}$ = ٧٪ تقريبًا

الإجابة / حمد . يجب جمع الإحتمالين لأننا نريد احتمال كرة زرقاء أو حمراء و هما حادثتان متنافيتان

المراجع

ماجروهيل رياضيات ثالث متوسط الفصل الدراسي

وزارة التعليم

مجموعة العبيكان للاستثمار